ESTRUCTURAS DE MADERAS

PRÁCTICA

BIBLIOGRAFÍA

- **Maderas: Cálculo y Dimensionado de Estructura Portante.**

  Autores:

  Ing. Pablo Rothamel.

  Ing. Eduardo Zamorano.

- **Estruturas de Madeira.**

  Autor:

  Walter Pfeil.

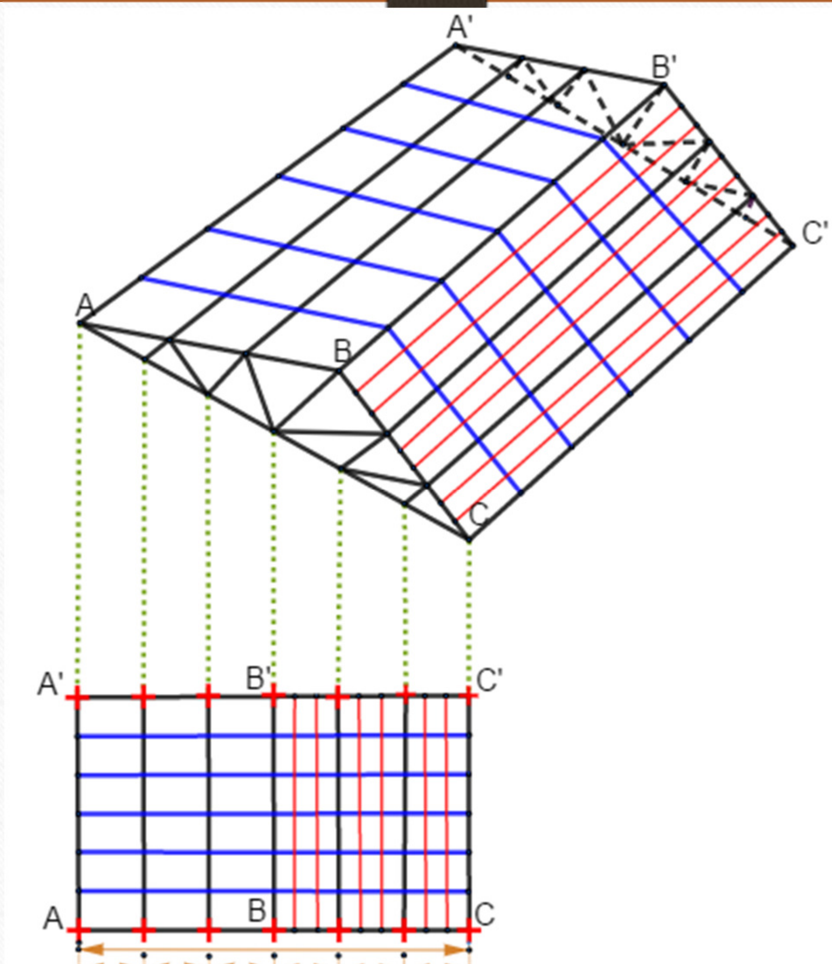
BIBLIOGRAFÍA

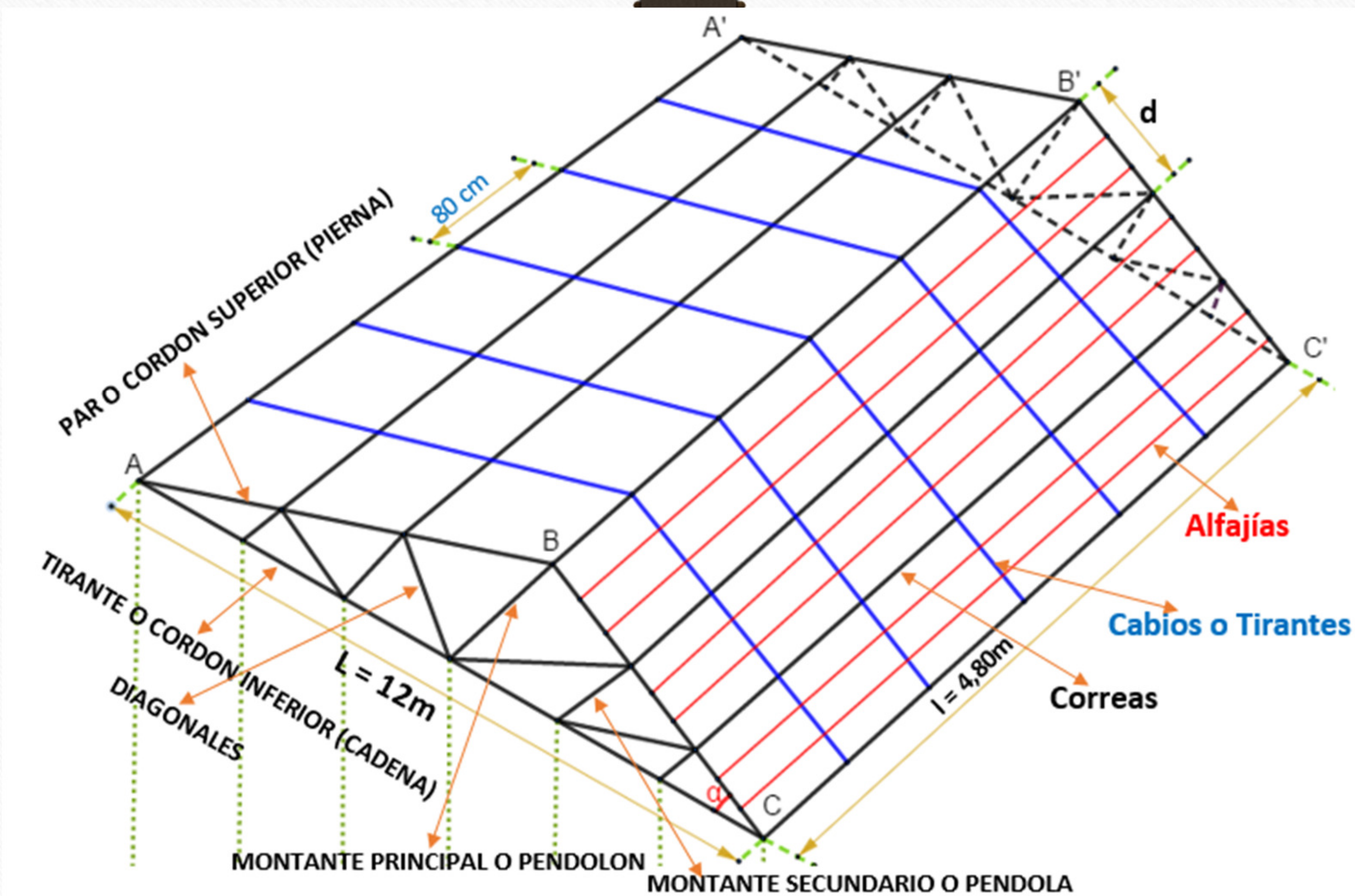
- **Manual de Materiales de Obras Civiles. Tomo II - Volumen IV. Madera y su sustentabilidad.**

  Autores:

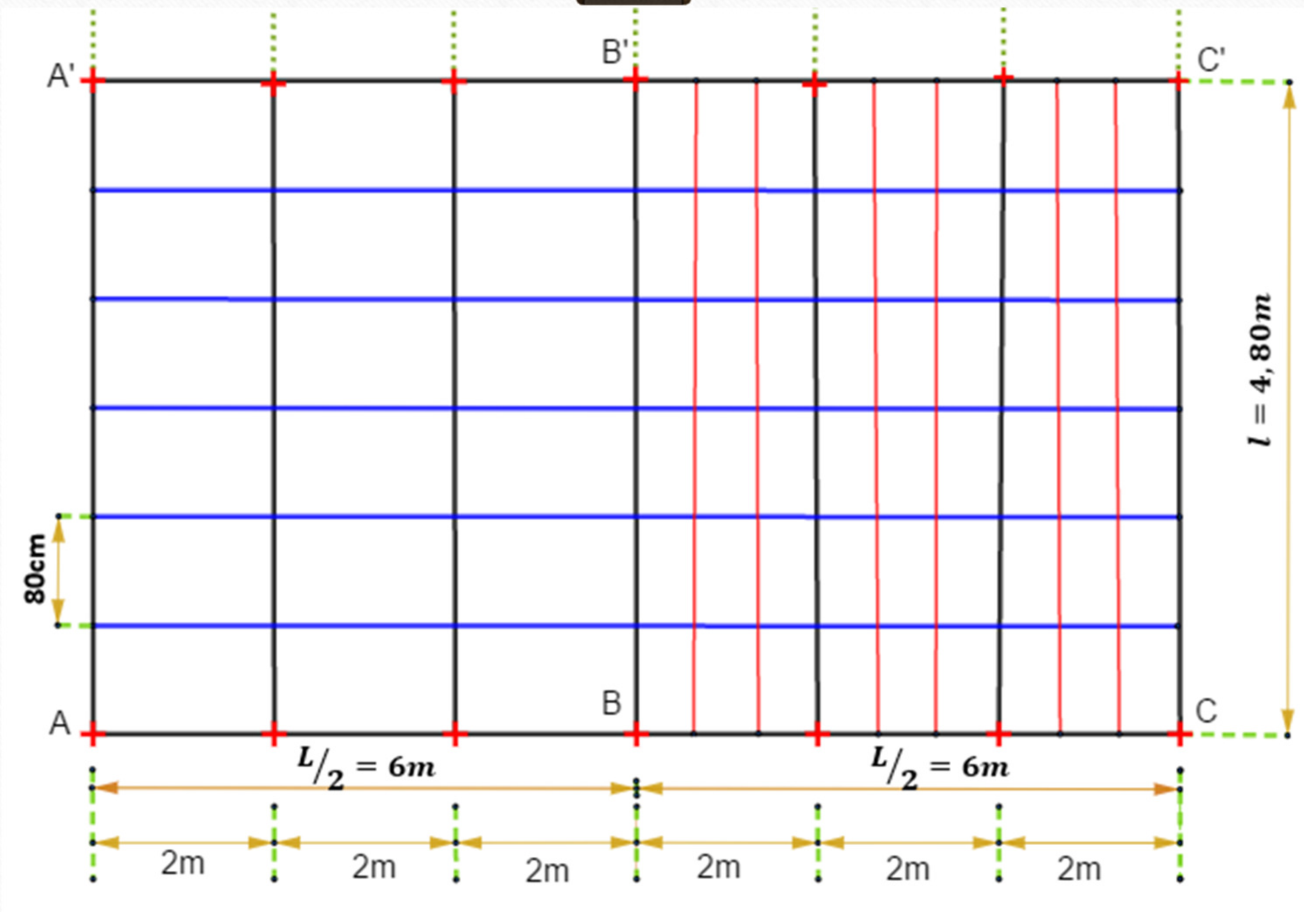
  Prof. Ing. Oscar Bieber Alonso.
  Prof. Ing. Enrique Bieber Alonso.
  Prof. Dr. Ing. Roberto Alejandro Rojas Holden.

CÁLCULO DE ESTRUCTURA DE TECHO


A'
B'
C'
A
B
C
A'
B'
C'
A
B
C



A'
B'
d
C'
A
B
C
α
80 cm
PAR O CORDON SUPERIOR (PIERNA)
TIRANTE O CORDON INFERIOR (CADENA)
DIAGONALES
L = 12m
l = 4,80m
Alfajías
Cabios o Tirantes
Correas
MONTANTE PRINCIPAL O PENDOLON
MONTANTE SECUNDARIO O PENDOLA



A'
B'
C'
A
B
C
80cm
$l = 4,80m$
$L/_2 = 6m$
$L/_2 = 6m$
2m
2m
2m
2m
2m
2m

OBSERVACIONES
A TENER EN CUENTA

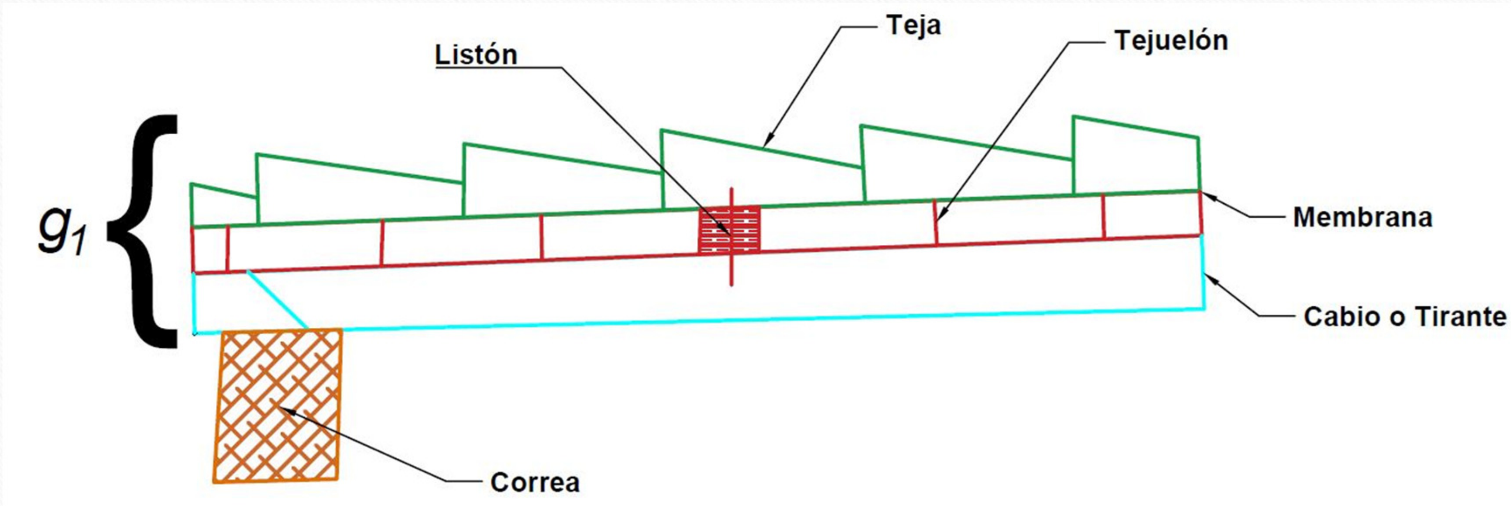
- Se tiene solamente un módulo de techo para describir sus partes componentes.
- El gráfico corresponde a un techo de tejuela con teja colonial.
- Los tirantes en estos casos (lo indicado en trazo azul) se estilan colocar con una separación de 80 cm apoyados sobre las correas; en caso de que el techo sea de tejuelón con teja colonial se omite colocar las alfajías y la separación de los tirantes es de 55 cm de eje a eje; considerando que los tejuelones (18 cm x 55 cm) van directamente apoyados sobre los tirantes y se coloca un listón o alfajía cada 4 o 5 hiladas de tejuelón, para darle una mayor rigidez o inercia a la estructura del techo, evitando el movimiento lateral o flexión lateral de los tirantes.

OBSERVACIONES A TENER EN CUENTA

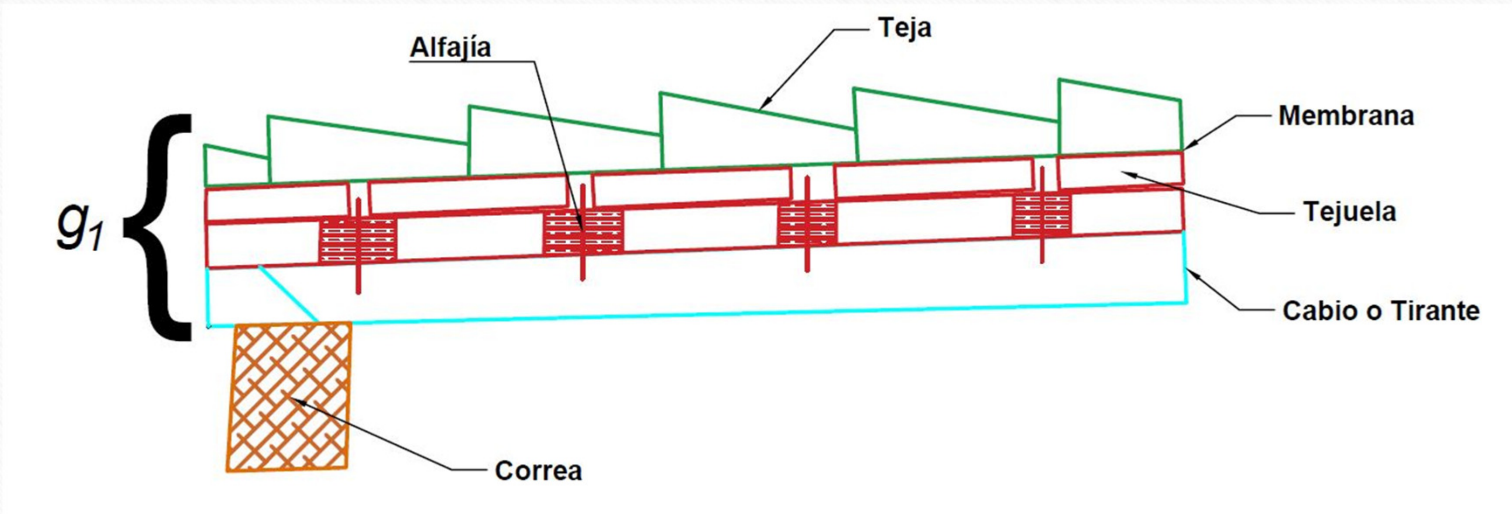
- En el caso de techo de tejuela (12,5 cm x 27 cm) con teja colonial, se colocan las alfajías sobre los tirantes de 1” x 3” (o 1” x 2” excepcionalmente) cada 27 cm de eje a eje, considerando el largo de la tejuela. En la gráfica se muestran con trazo rojo solamente en forma esquemática con el fin de no encimar mucho los trazados.
- El empalme de los tirantes siempre se hace sobre las correas.
- Sobre las tejuelas o el tejuelón se coloca una membrana que puede ser de cartón asfáltico o membrana asfáltica de aluminio o de polietileno, se debe tener cuidado con el solape de las membranas, debiendo estar arriba en el sentido de flujo o escurrimiento del agua.

OBSERVACIONES A TENER EN CUENTA

- Las alfajías (o listones) van clavadas a los tirantes previa perforación con taladro de las alfajías y tirantes con una mecha de diámetro de 80% del diámetro del clavo utilizado, a los efectos de no debilitar el maderamen y los clavos.
- Las correas siempre se apoyan en los nudos de las cabriadas y la cumbrera se estilas poner dos correas, uno a cada lado del techo (excepcionalmente uno que va directamente apoyado sobre el pendolón).
- Los tirantes se acostumbran prolongar unos 45cm a 50cm del borde de las paredes para tener un alero de 50 a 60cm donde se colocarán las canaletas para colectar el agua de lluvia. Esta prolongación no está indicada en el gráfico.



- $g_1 = Peso\ de\ la\ superficie\ estructural\ por\ m^2$
  $= W\ tejas\ por\ m^2 + W\ tejuelón\ por\ m^2$
  $+ W\ peso\ por\ m^2\ de\ tirantes\ (cabios) + W\ infiltración\ de\ agua\ por\ m^2$
  $+\ W\ peso\ por\ m^2\ de\ membrana + W\ peso\ por\ m^2\ de\ mortero$



- $g_1 = Peso\ de\ la\ superficie\ estructural\ por\ m^2$
$= W\ tejas\ por\ m^2 + W\ tejuelas\ por\ m^2 + \ W de\ alfajias\ por\ m^2$
$+ W\ peso\ por\ m^2\ de\ tirantes\ (cabios) + W\ infiltración\ de\ agua\ por\ m^2$
$+ \ W\ peso\ por\ m^2\ de\ membrana + W\ peso\ por\ m^2\ de\ mortero$

$$p = g_1 + carga\ del\ viento$$

$$p = Peso\ de\ la\ superficie\ estructural\ por\ m^2 + carga\ del\ viento$$

$$g_2 = 0,25\sqrt{\frac{p}{d}} * l$$

$Donde$:

$g_2 = Peso\ de\ las\ correas\ por\ cada\ m^2\ de\ techo.$

$d = distancia\ entre\ correas\ medida\ en\ la\ dirección\ del\ techo\ indicada\ en\ el\ gráfico.$

$l = luz\ de\ la\ correa\ o\ distancia\ entre\ cabriada\ indicada\ en\ el\ gráfico.$

$$g_3 = \beta L * \frac{l+1}{l}$$

$Donde$:

$g_3 = Peso\ propio\ de\ la\ estructura\ triangular\ por\ cada\ m^2$ $de\ superficie\ inclinada\ de\ techo.$

$L = luz\ de\ la\ estructura\ triangular\ indicada\ en\ el\ gráfico.$

$\beta = coeficiente\ variable\ entre\ 1,3\ y\ 1,5$

$1,3\ para\ techos\ livianos.$

$1,5\ para\ techos\ pesados.$

$l = luz\ de\ la\ correa\ o\ distancia\ entre\ cabriada\ indicada\ en\ el\ gráfico.$

$$g = g_1 + g_2 + g_3$$

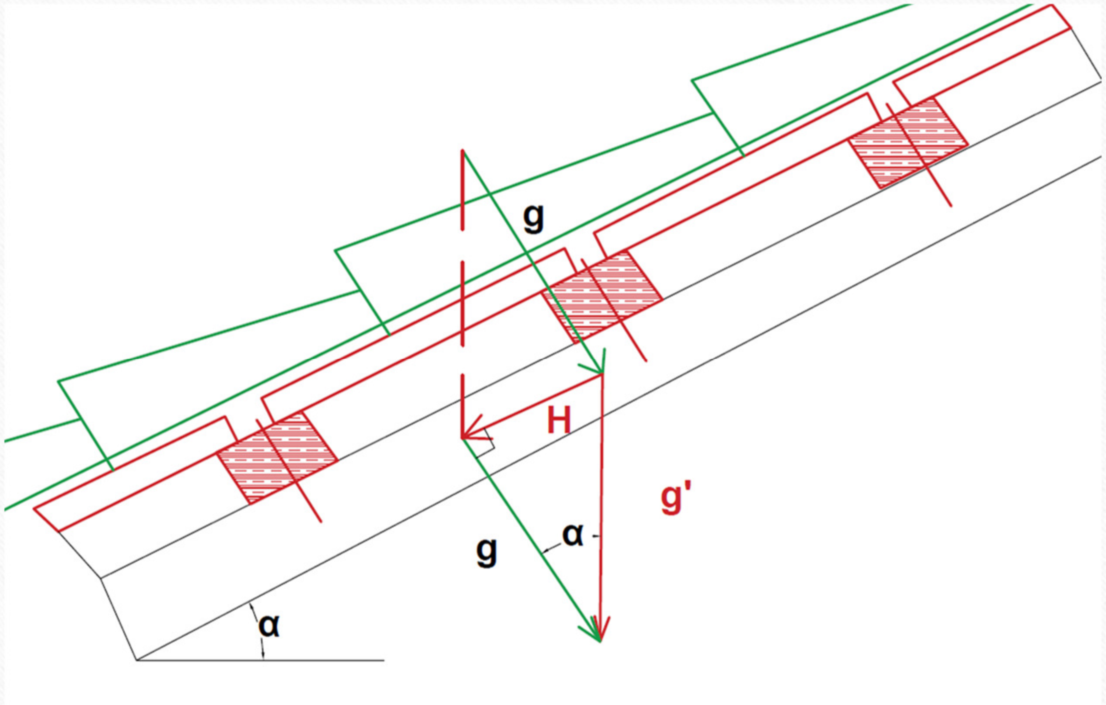
$g = peso\ total\ de\ la\ estructura\ del\ techo\ perpendicular\ a\ la\ superficie\ de\ la\ misma.$

$$g'_1 = \frac{g}{cos\alpha} + 16$$

Donde:

$$g'_1 = Carga\ vertical\ del\ techo\ o\ superficie\ de\ planta\ (kg/m^2)$$

$$16 = Peso\ o\ efecto\ del\ viento\ en\ kg/m^2$$



$$g' = \frac{g}{cos\alpha}$$

$$\therefore\ g'_1 = g' + 16$$

PARA LA ESTRUCTURA DE TECHO EN CUESTIÓN, DETERMINAR:

1. El peso vertical del techo.
2. Calcular el peso actuante sobre cada nudo de las cabriadas.
3. Determinar los esfuerzos en cada barra (o elemento) de la armadura (o cabriada) y la naturaleza de los esfuerzos (traccionado o comprimido).
4. Dimensionar cada barra de la armadura (cabriada) considerando que todos sus elementos son de lapacho.

PARA LA ESTRUCTURA DE TECHO EN CUESTIÓN, DETERMINAR:

5. Resolver cada nudo de la misma con sus detalles correspondientes graficando ordenadamente a escala (para el trabajo práctico en 2D y 3D) con los herrajes.

6. Dimensionar los demás elementos de la estructura del techo (cabios y correas).

7. Cómputo y presupuesto para un módulo de techo.

OBSERVACIÓN:

Para el cálculo de la carga vertical del techo considerar los tirantes de lapacho con una sección de 2" x 5 " y un consumo de 1,25 m/m^2 de techo y un peso específico de 1 Tn/m^3.

CONSIDERACIONES:

- Tejas coloniales: 2,4 kg c/u y su consumo es de 24 un/m^2.
- Tejuelas: 27 x 12,5 x 1 = cm^3, con 0,9 kg/unidad y considerar un consumo de 30 un/m^2.
- Alfajías: considerar que es de lapacho de 1" x 3" y un consumo de $4m/m^2$.
- Mortero: considerar 17 kg/m^2 de techo.
- Infiltración de agua: 10 kg/m^2 de techo.
- Influencia vertical del viento para α=20° considerar $16kg/m^2$.

ESTRUCTURAS DE MADERAS

PRÁCTICA

PARA LA ESTRUCTURA DE TECHO EN CUESTIÓN, DETERMINAR:

1. El peso vertical del techo.
2. Calcular el peso actuante sobre cada nudo de las cabriadas.
3. Determinar los esfuerzos en cada barra (o elemento) de la armadura (o cabriada) y la naturaleza de los esfuerzos (traccionado o comprimido).
4. Dimensionar cada barra de la armadura (cabriada) considerando que todos sus elementos son de lapacho.

PARA LA ESTRUCTURA DE TECHO EN CUESTIÓN, DETERMINAR:

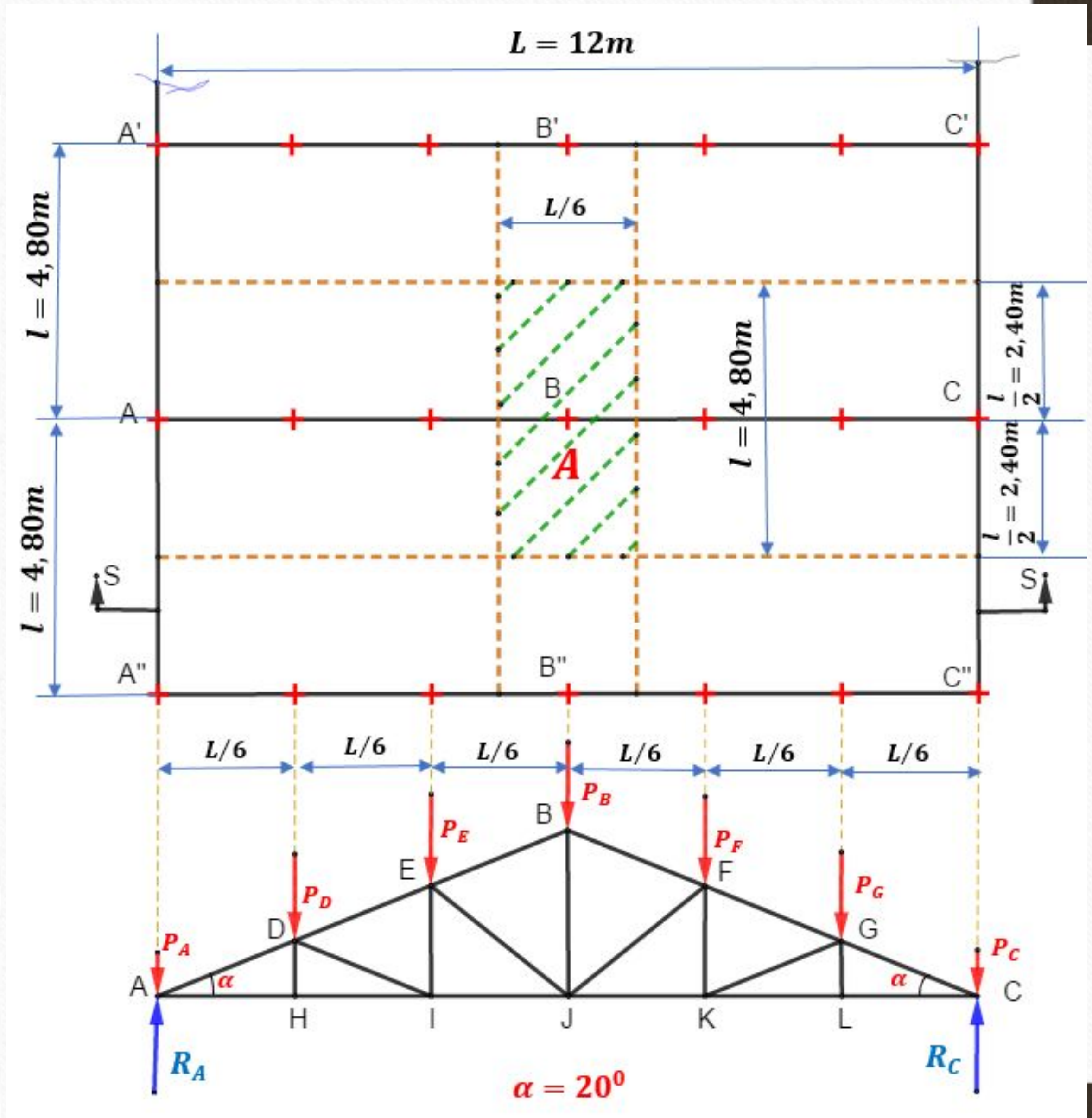
5. Resolver cada nudo de la misma con sus detalles correspondientes graficando ordenadamente a escala (para el trabajo práctico en 2D y 3D) con los herrajes.
6. Dimensionar los demás elementos de la estructura del techo (cabios y correas).
7. Cómputo y presupuesto para un módulo de techo.

OBSERVACIÓN:

Para el cálculo de la carga vertical del techo considerar los tirantes de lapacho con una sección de 2" x 5 " y un consumo de 1,25 m/m^2 de techo y un peso específico de 1 Tn/m^3.

CONSIDERACIONES:

- Tejas coloniales: 2,4 kg c/u y su consumo es de 24 un/m^2.
- Tejuelas: 27 x 12,5 x 1 = cm^3, con 0,9 kg/unidad y considerar un consumo de 30 un/m^2.
- Alfajías: considerar que es de lapacho de 1" x 3" y un consumo de $4m/m^2$.
- Mortero: considerar 17 kg/m^2 de techo.
- Infiltración de agua: 10 kg/m^2 de techo.
- Influencia vertical del viento para α=20° considerar $16kg/m^2$.



$A \Rightarrow$ *Area de Carga sobre el nudo central*

Análogamente se considera para los demás nudos:

$$P_D = P_E = P_B = P_F = P_G = A * g_1^{'} = P$$

$$P_A = P_C = \frac{A}{2} * g_1^{'}$$

$$R_A = R_C = \frac{5P + 2\frac{P}{2}}{2} = 3P$$

Esta última fórmula depende de la forma de la cabriada, es decir de la cantidad de nudo que tiene la cabriada, debemos fijarnos siempre en la distribución de carga.

CÁLCULO DE $\boldsymbol{g_1}$

$$\boldsymbol{g_1 = Peso\ de\ la\ superficie\ estructural\ por\ m^2}$$
$$= W\ tejas\ por\ m^2 + W\ tejuelas\ por\ m^2 + \ W de\ alfajías\ por\ m^2$$
$$+ W\ peso\ por\ m^2\ de\ tirantes\ (cabios) + W\ infiltración\ de\ agua\ por\ m^2$$
$$+ \ W\ peso\ por\ m^2\ de\ membrana + W\ peso\ por\ m^2\ de\ mortero$$

- $\mathrm{W_{tejas}} = 2{,}4\ \mathrm{kg/un} * 24\ \mathrm{un/m^2} = 57{,}6\ \mathrm{kg/m^2}$
- $\mathrm{W_{tejuela}} = 0{,}9\ \mathrm{kg/un} * 30\ \mathrm{un/m^2} = 27\ \mathrm{kg/m^2}$
- $\mathrm{W_{alfajías}} = 1\ \mathrm{m/un} * 0{,}025\ \mathrm{m} * 0{,}075\ \mathrm{m} * 4\ \mathrm{un/m^2} * 1.000\ \mathrm{kg/m^3} = 7{,}5\ \mathrm{kg/m^2}$

CÁLCULO DE g_1

- $\mathrm{W_{tirantes}} = 2'' * 0{,}0254\ \mathrm{m} * 5'' * 0{,}0254\ \mathrm{m} * 1{,}25\ \mathrm{m/m^2} * 1.000\ \mathrm{kg/m^3} = 8\ \mathrm{kg/m^2}$
- $\mathrm{W_{mortero}} = 17\ \mathrm{kg/m^2}$
- $\mathrm{W_{infiltración\ de\ agua}} = 10\ \mathrm{kg/m^2}$
- $\mathrm{W_{membrana}} = 2\ \mathrm{kg/m^2}$

$$\therefore \boldsymbol{g_1 = 57{,}6 + 27 + 7{,}5 + 8 + 17 + 10 + 2}$$

$$\boldsymbol{g_1 = 129{,}1\ kg/m^2}$$

CÁLCULO DE p

$$p = g_1 + carga\ del\ viento$$

$$p = peso\ de\ la\ superficie\ estructural\ del\ techo\ por\ m^2 + carga\ del\ viento$$

$$\therefore p = 129{,}1 + 16$$

$$p = 145{,}1\ kg/m^2$$

CÁLCULO DE g_2

$$g_2 = 0,25\sqrt{\frac{p}{d}} * l$$

$Donde:$

$g_2 = peso\ de\ la\ correa\ por\ cada\ m^2.$
$d = distancia\ entre\ correas\ medida\ en\ la\ dirección\ del\ techo.$
$l = luz\ de\ la\ correa\ o\ distancia\ entre\ cabriada.$

- $d = \frac{2}{\cos 20°} \Rightarrow d = 2{,}13\ m$
  - $l = 4{,}80\ m$

$$\therefore g_2 = 0,25\sqrt{\frac{145,1}{2,13}} * 4,80$$

$$g_2 = 9,90\,kg/m^2$$

CÁLCULO DE g_3

$$g_3 = \beta L * \frac{l+1}{l}$$

Donde:

$g_3 = Peso\ propio\ de\ la\ estructura\ triangular\ a\ considerar\ por\ cada\ m^2\ de\ superficie\ inclinada\ de\ techo.$

$L = luz\ de\ la\ estructura\ triangular.$

$\beta = coeficiente\ variable\ entre\ 1{,}3\ y\ 1{,}5$

$1{,}3\ para\ techos\ livianos.$

$1{,}5\ para\ techos\ pesados.$

$l = luz\ de\ la\ correa\ o\ distancia\ entre\ cabriada\ indicada\ en\ el\ gráfico.$

$$\therefore g_3 = 1{,}5 * 12 * \frac{4{,}80+1}{4{,}80}$$

$$g_3 = 21{,}75\ kg/m^2$$

CÁLCULO DE g

$$g = g_1 + g_2 + g_3$$

$g = peso\ total\ de\ la\ estructura\ del\ techo\ perpendicular\ a\ la\ superficie\ de\ la\ misma.$

$$\therefore g = 129{,}1 + 9{,}9 + 21{,}75$$

$$g = 160{,}75\, kg/m^2$$

CÁLCULO DE g_1'

$$g_1' = \frac{g}{cos\alpha} + 16$$

$g_1' =$ $Carga\ vertical\ del\ techo\ o\ superficie\ de\ planta\ (kg/m^2).$

$$\therefore g_1' = \frac{160,75}{\cos 20°} + 16$$

$$g_1' = 187,07\ kg/m^2$$

CÁLCULO DE *A*

$$\boldsymbol{A} = \frac{\boldsymbol{L}}{\boldsymbol{6}} * \left(\frac{\boldsymbol{l}}{\boldsymbol{2}} + \frac{\boldsymbol{l}}{\boldsymbol{2}}\right)$$

$\boldsymbol{A} \ \Rightarrow Area\ de\ Carga\ sobre\ el\ nudo\ central.$

$$\therefore \boldsymbol{A} = \frac{\boldsymbol{12}}{\boldsymbol{6}} * \boldsymbol{4,80}$$

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{9,60\ m^2}$$

CÁLCULO DE P y $^{P}/_{2}$

$$P = \boldsymbol{A} * g_1'$$

$$\therefore P = 9,60\, m^2 * 187,07\, kg/m^2$$

$$P = 1.796\, kg \Rightarrow \frac{P}{2} = 898kg$$

CÁLCULO DE R_A y R_c

$$R_A = R_C = \frac{5P + 2\frac{P}{2}}{2} = 3P$$

$$\therefore R_A = R_C = 3 * 1.796\,kg$$

$$R_A = R_C = 5.388\,kg$$

RESOLUCIÓN DE LA ARMADURA (CABRIADA)

A cargo de cada alumno

- Determinar la naturaleza del esfuerzo a que está sometida cada barra de la armadura.
- Una vez resuelto confeccionar el siguiente modelo de planilla, agrupando ordenadamente las barras comprimidas y traccionadas.

BARRAS TRACCIONADAS

Nº	BARRA	ESFUERZO EN Kg

BARRAS COMPRIMIDAS

Nº	BARRA	ESFUERZO EN Kg

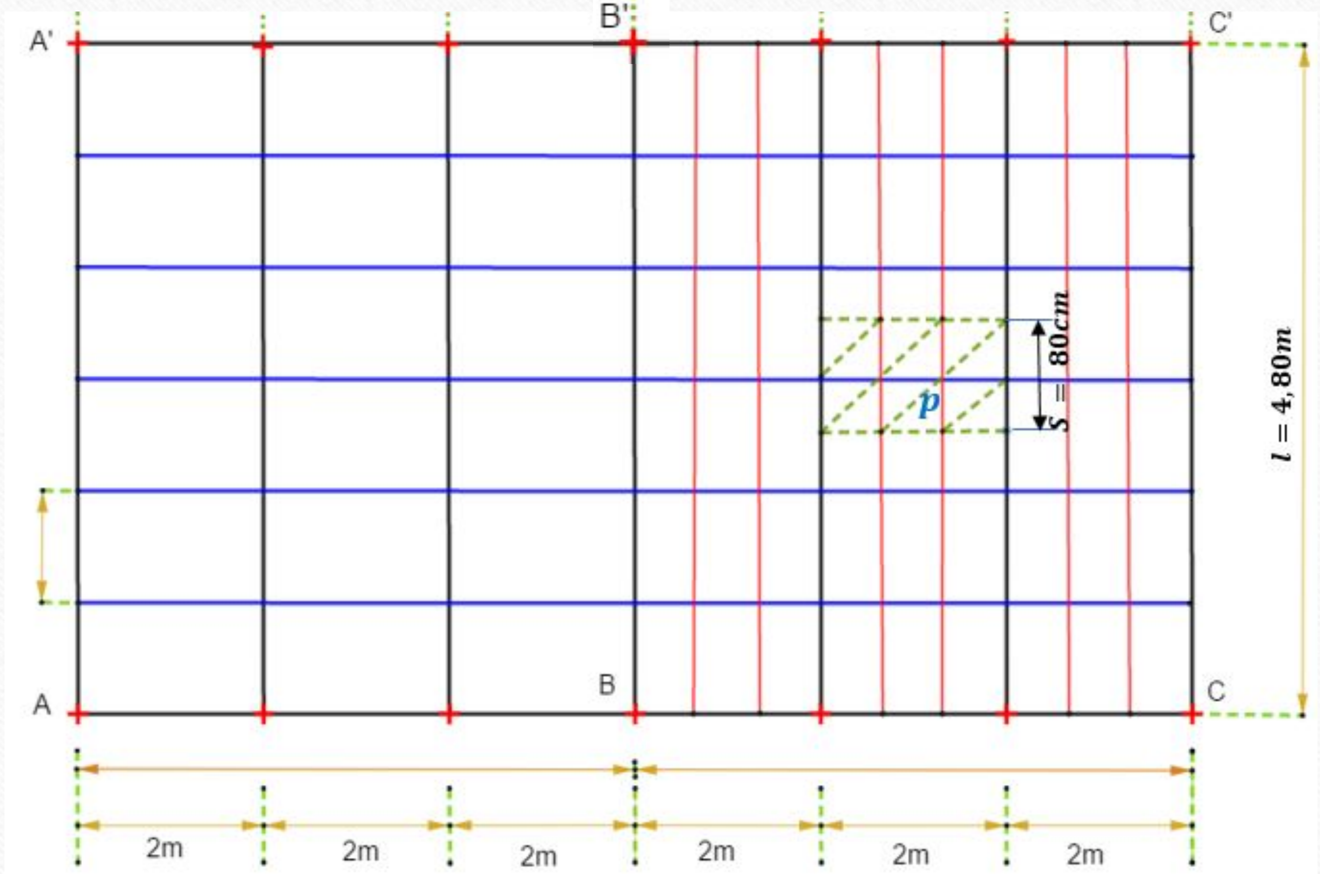
✔ La suma del número de barras traccionadas y comprimidas debe ser igual a $2j - 3$. Siendo j el número de nudos de la cabriada.

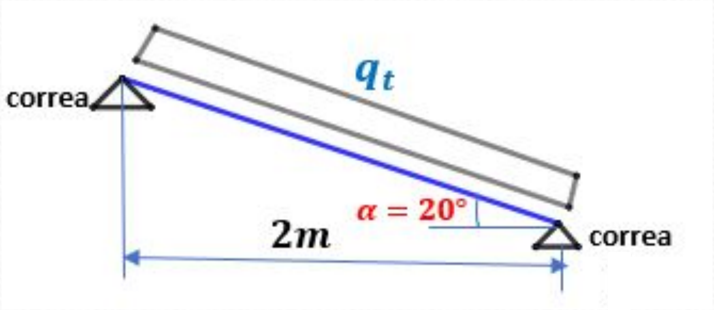
DIMENSIONAMIENTO DE LOS ELEMENTOS (BARRAS) DE LA ARMADURA (CABRIADA)

BARRAS TRACCIONADAS

BARRAS COMPRIMIDAS

CARGAS A SER CONSIDERADAS PARA EL DIMENSIONAMIENTO DE TIRANTES (O CABIOS)



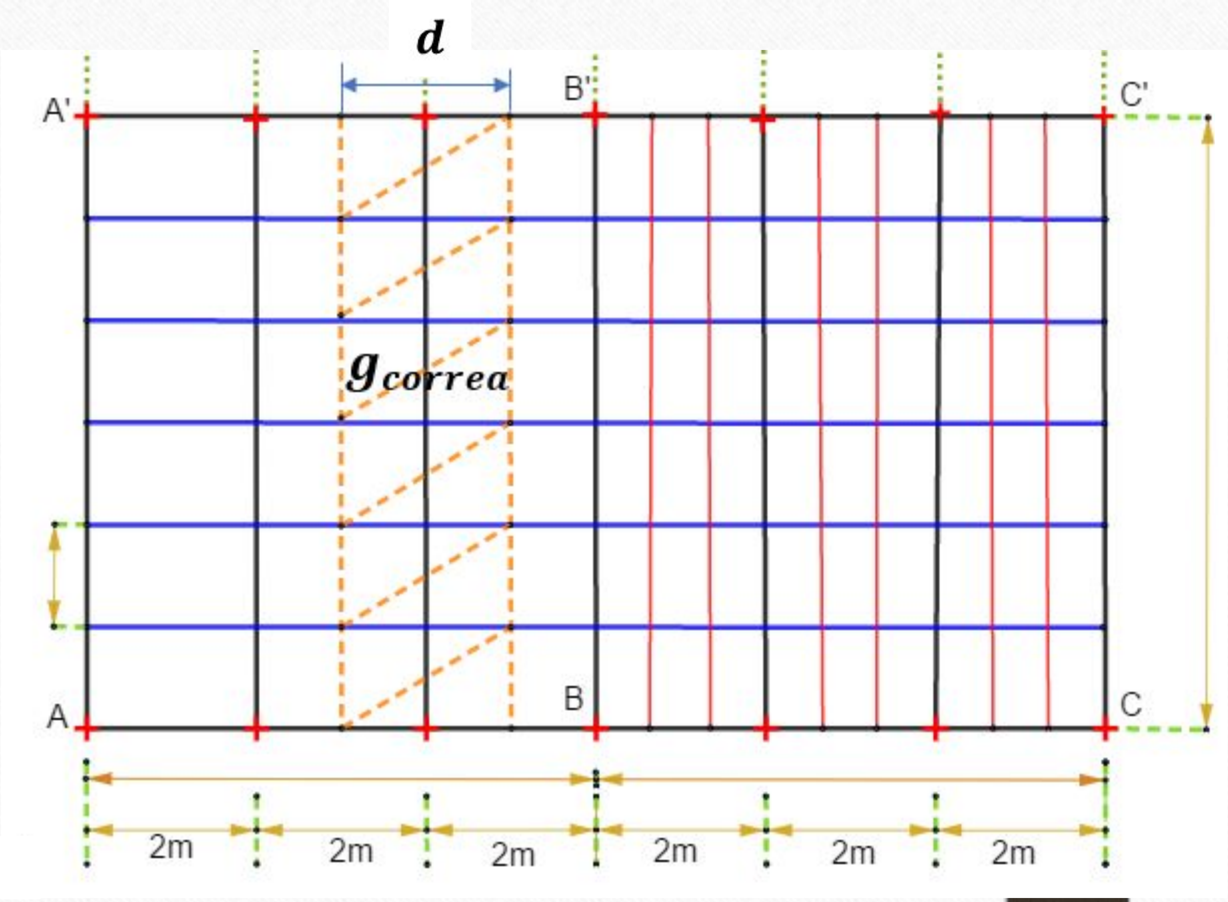


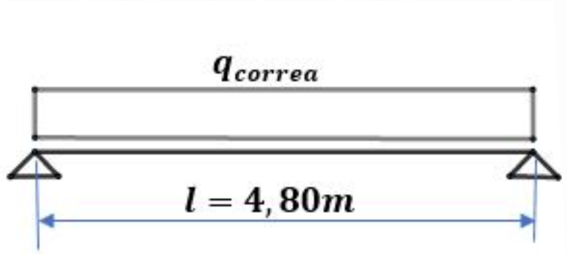
$$q_t = p * s$$

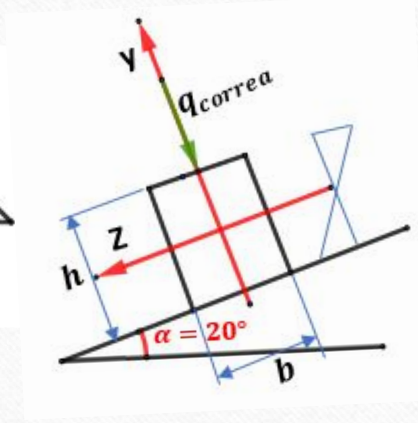
Donde:

- $p = g_1 + carga\ del\ viento$
- $s = separación\ entre\ tirantes\ (o\ cabios).$

CARGAS A SER CONSIDERADAS PARA EL DIMENSIONAMIENTO DE CORREA







$$q_{correa} = g_{correa} * d$$

Donde:

- $g_{correa} = g_1 + g_2 + carga\ del\ viento$
- $d = distancia\ entre\ correas\ medida\ en\ la\ dirección\ del\ techo.$

SE DIMENSIONA A LA FLEXIÓN

$$\boldsymbol{\sigma_f = \frac{M_{fmax}}{W} \leq \bar{\sigma}_f \Rightarrow \frac{6M_{fmax}}{bh^2} \leq \bar{\sigma}_f}$$

Donde:

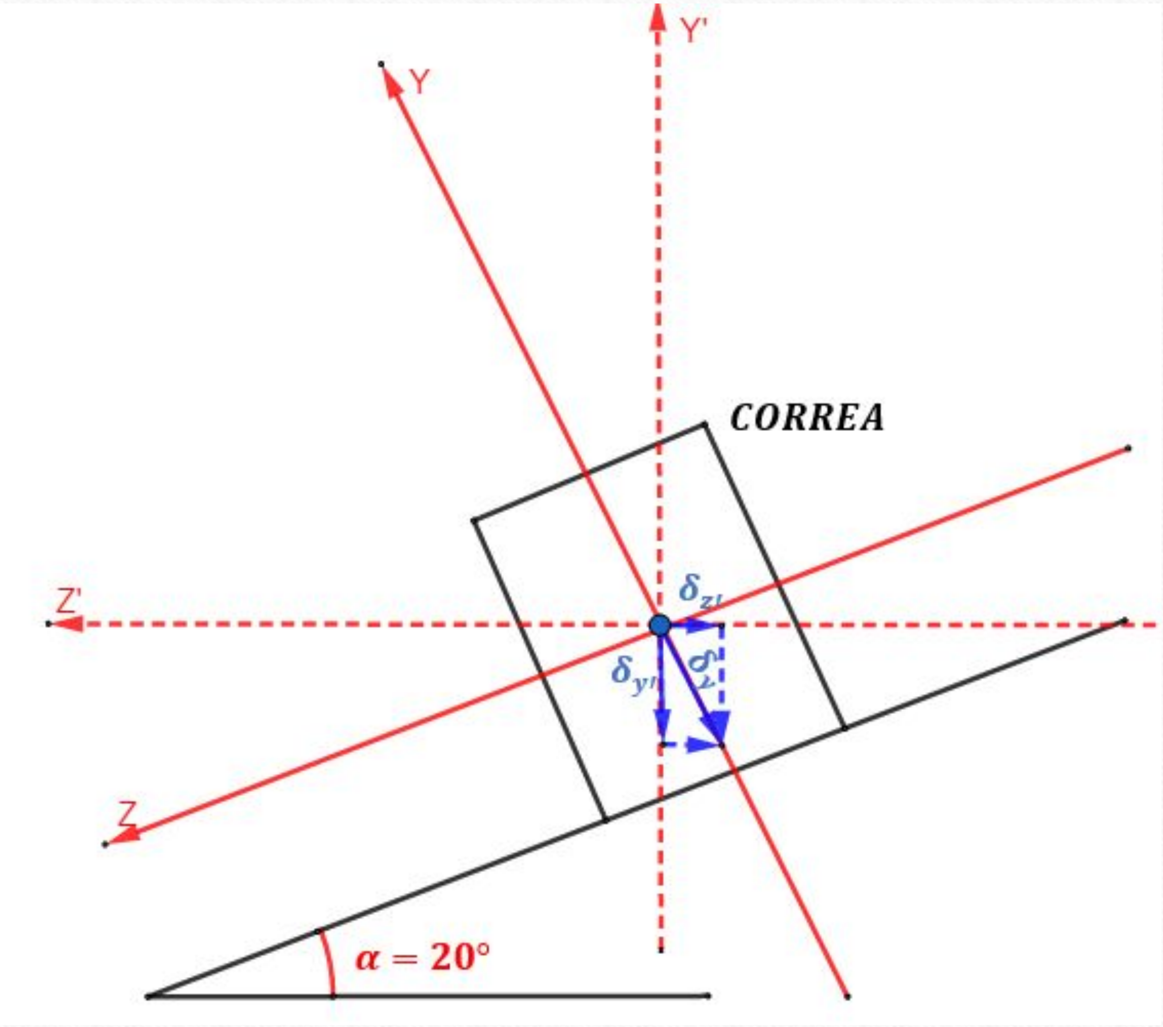
- $\bar{\sigma}_f$ *es dato.*
- $M_{f.max} = \frac{q_{correa} l^2}{8}$

Aquí debe definirse que hacer, si se dispone de una pieza para correa, se debe verificar si resiste y si resiste a la flexión se pasa a verificar a la flecha, si no verifica a la flexión se debe dimensionar la sección (b y h) de la viga y luego verificar a la flecha que a continuación describimos.

VERIFICACIÓN A LA FLECHA

$$\boldsymbol{\delta_y = \frac{60 * q_{correa} * l^4}{384 * E * b * h^3} \leq \frac{l}{300} = \bar{\delta}}$$

Si no verifica, es decir si $\boldsymbol{\delta_y > \bar{\delta}}$, entonces se debe aumentar **h** porque está elevado al cubo.



PLANILLA DE CÓMPUTO Y PRESUPUESTO

ITEMS	MATERIALES	UNIDAD	CANTIDAD	PRECIO UNIT.	TOTAL PARCIAL
1					
2					
3					
4					

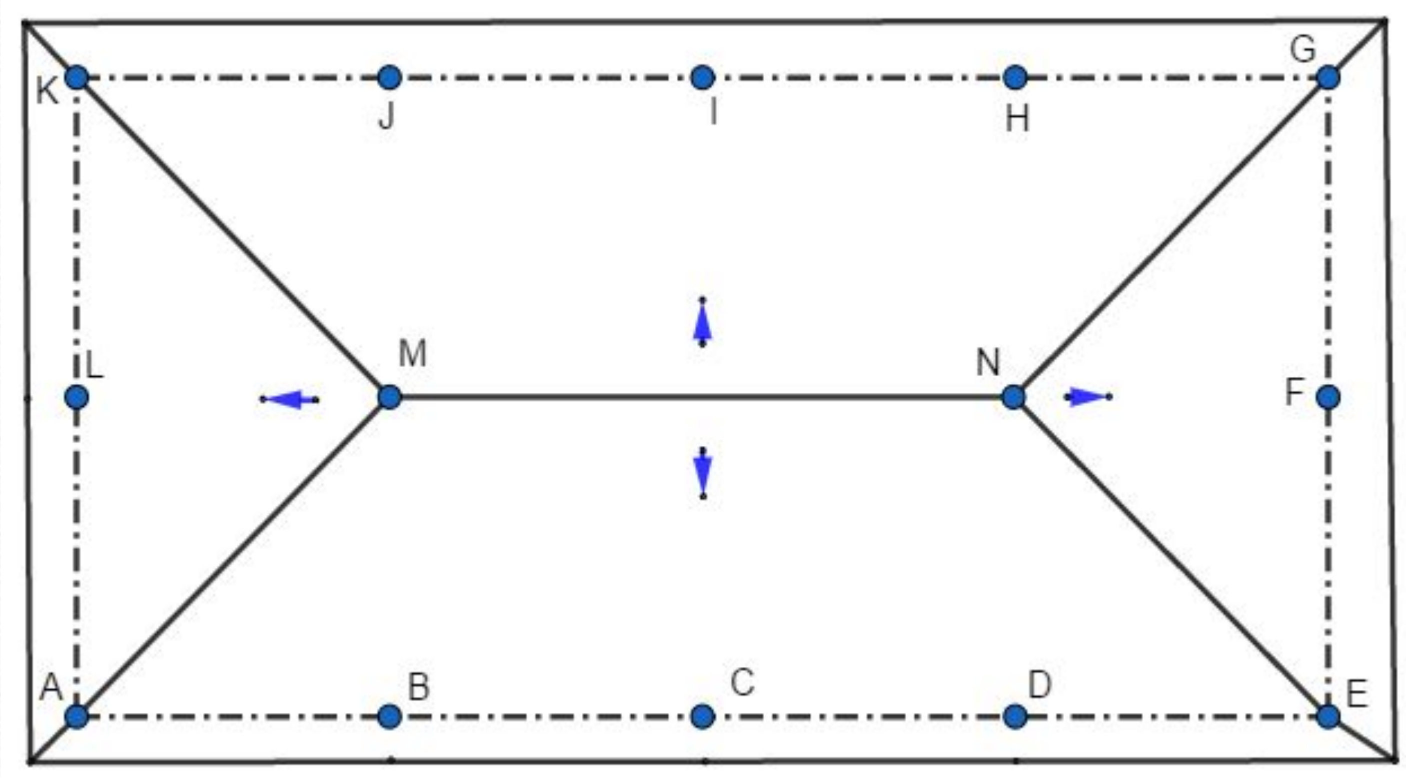
Los números consignados en la columna de CANTIDAD deben ir acompañados de un cómputo auxiliar.

- Por ejemplo: tejas coloniales: 26 un/m^2 de techo x K m^2 de techo = 26K unidades de tejas coloniales.

ESTRUCTURAS DE MADERAS

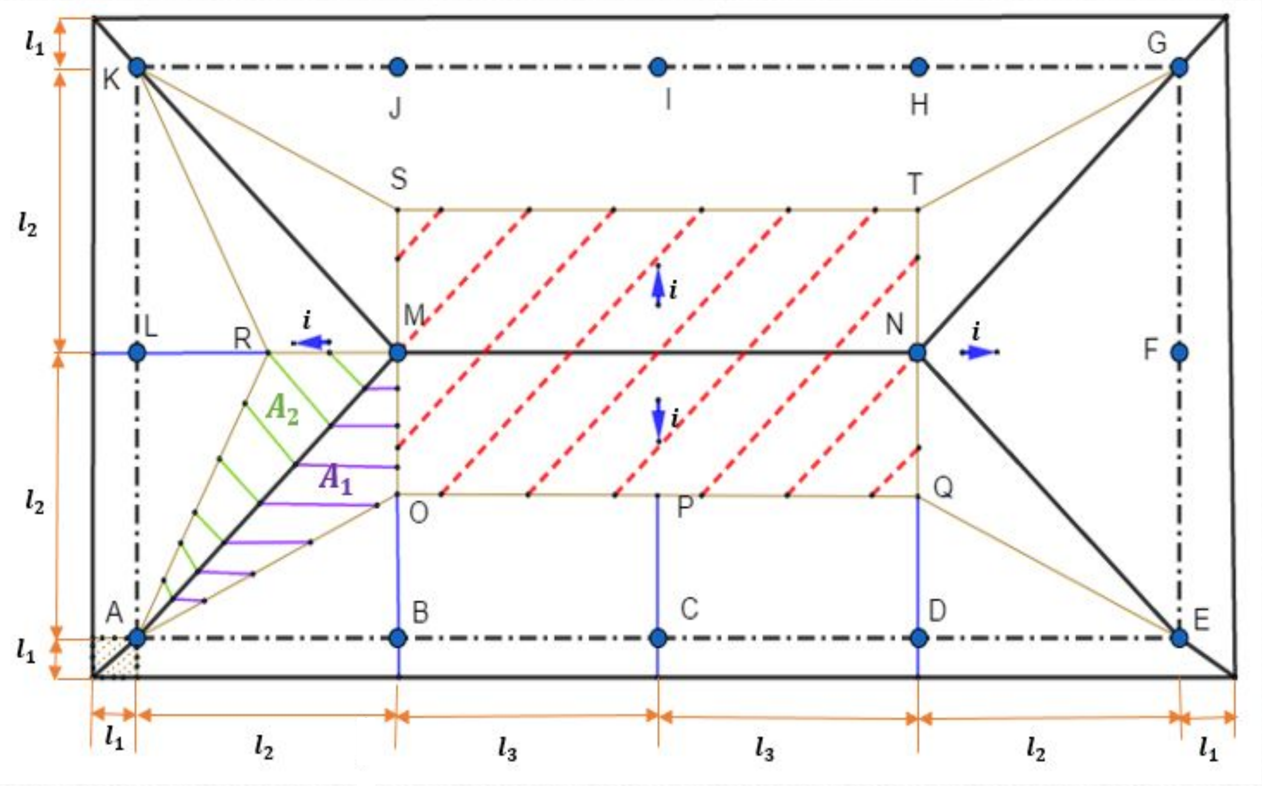
PRÁCTICA

COMO SE DETERMINA LA INFLUENCIA DE CARGA DE TECHO SOBRE UN LIMATÓN O LIMAHOYA, SOBRE VIGA CUMBRERA, VIGAS PERIMETRALES Y PILARES



Así ve el ingeniero el plano de planta de techo y a partir del mismo debe determinar todas las cargas sobre los diferentes elementos estructurales componentes, considerando el tipo de materiales a ser utilizado en la cubierta del mismo.

DETERMINACIÓN DE LA CARGA SOBRE EL LIMATÓN



Se determina el área o zona de influencia de la carga de techo sobre el limatón de la siguiente manera para lo cual tomamos el limatón **MA** como ejemplo:

- Se toma el punto medio **O** de **MB** y se traza **AO**.
- Se toma el punto medio **R** de **ML** y se traza **AR**.
- Se determina el área del cuadrilátero **AOMR** que llamamos $\boldsymbol{A = A_1 + A_2}$, que es el área de influencia del techo sobre el Limatón.

Fórmula de Herón: $\boldsymbol{A_1 = A_2 = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}$

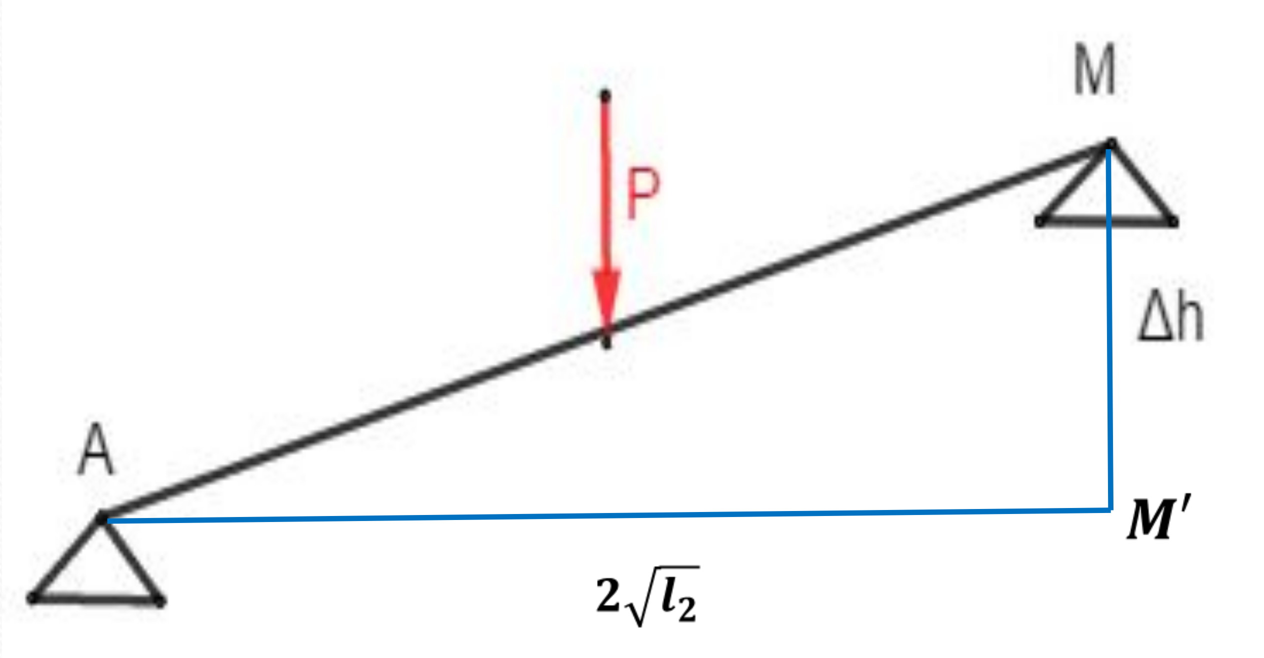
Suponiendo que $g_1^{'}$ es el peso por metro cuadrado en planta de techo, entonces la carga a ser considerada sobre el Limatón es:

$$P = A * g_1^{'}$$

- P se aplica en el punto medio de $\overline{AM}$ y no se considera la porción del Limatón que es diagonal del cuadrado de lado l_1 que se deja como coeficiente de seguridad contra la flecha.
- $g_1^{'} = \frac{g_1}{cos\alpha} + W_{aproximado\ del\ Limatón} + 16$

  Donde: $16 = peso\ del\ viento\ por\ metro\ cuadrado.$
- $g_1 = Peso\ de\ la\ superficie\ estructural\ por\ m^2 = W\ tejas\ por\ m^2 + W\ tejuelas\ por\ m^2 + W\ alfajias\ por\ m^2 + W\ peso\ por\ m^2\ de\ tirantes\ (cabios) + W\ infiltración\ de\ agua\ por\ m^2 + W\ peso\ por\ m^2\ de\ membrana + W\ peso\ por\ m^2\ de\ mortero$

Obtenido el valor de P, se procede al dimensionamiento del limatón, análogo a la correa, se dimensiona a la flexión y se verifica a la flecha, al corte y al aplastamiento.



Para el dimensionamiento a la flexión se consideran las siguientes hipótesis simplificatorias:

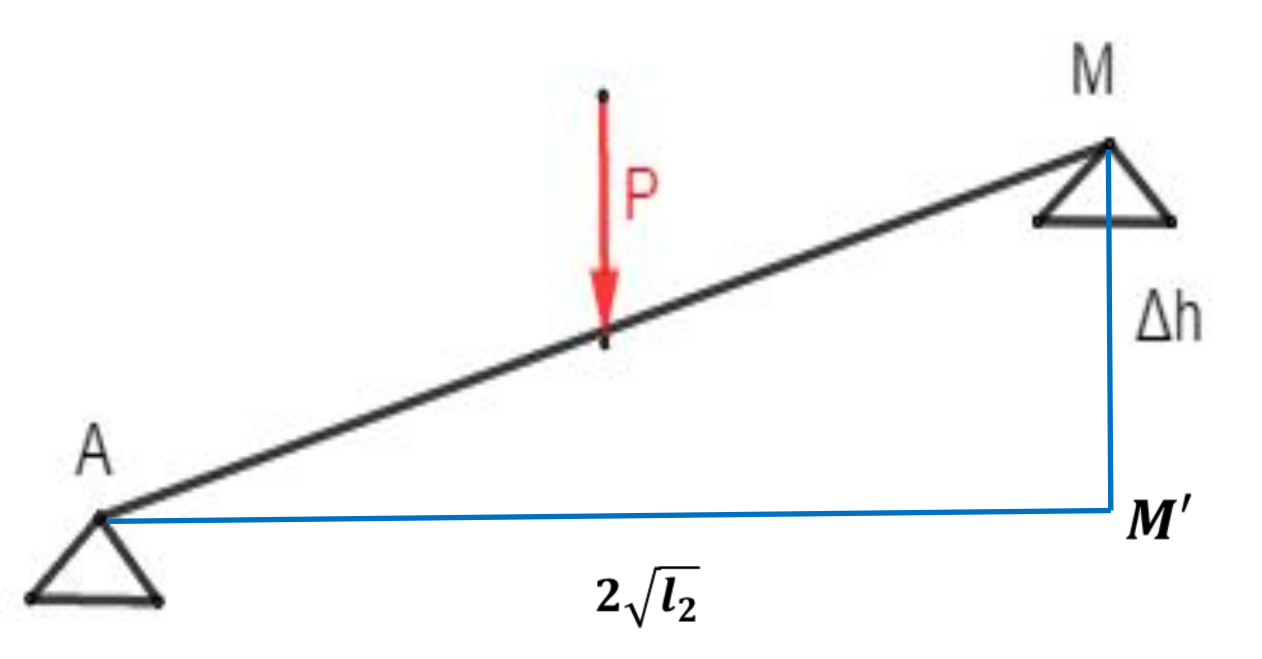
- Consideraremos una viga biapoyada con una luz $\overline{AM} = l$.
- $\sigma_f = \dfrac{M_{fmax}}{W} \leq \overline{\sigma}_f \Rightarrow \dfrac{6M_{fmax}}{bh^2} \leq \overline{\sigma}_f$

  Donde: $M_{fmax} = \dfrac{Pl}{4}$

Se verifica a la flecha:

$$\delta \leq \overline{\delta}$$

Siendo: $\delta = \dfrac{pl^3}{48EI}$ y $\overline{\delta} = \dfrac{l}{300}$



Se verifica al corte:

$$\tau = 1,5 * \frac{Q}{bh} \leq \bar{\tau}$$

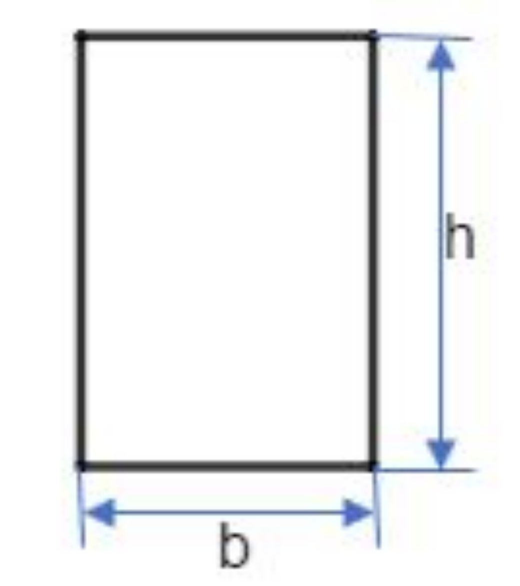
Por último, se verifica al aplastamiento, para lo cual se deberá comprobar o definir el área de apoyo para no superar en la zona de apoyo las tensiones admisibles perpendiculares a la fibra, es decir:

$$\sigma_{\perp} = \frac{Reacci\acute{o}n\ de\ Apoyo}{Area\ de\ apoyo} \leq \bar{\sigma}_{\perp}$$

Las dos últimas verificaciones, es decir, al corte y al aplastamiento casi siempre verifican, pero las dos primeras, es decir la flexión y la flecha, son fundamentales.

OBSERVACIONES

- En general para secciones rectangulares se debe proceder a tomar el ancho **b** entre $^{1}/_{3}$ y $^{1}/_{2}$ de la altura **h** por razones de practicidad para el predimensionamiento.



Pero para la **Máxima Resistencia a la Flexión** se toma

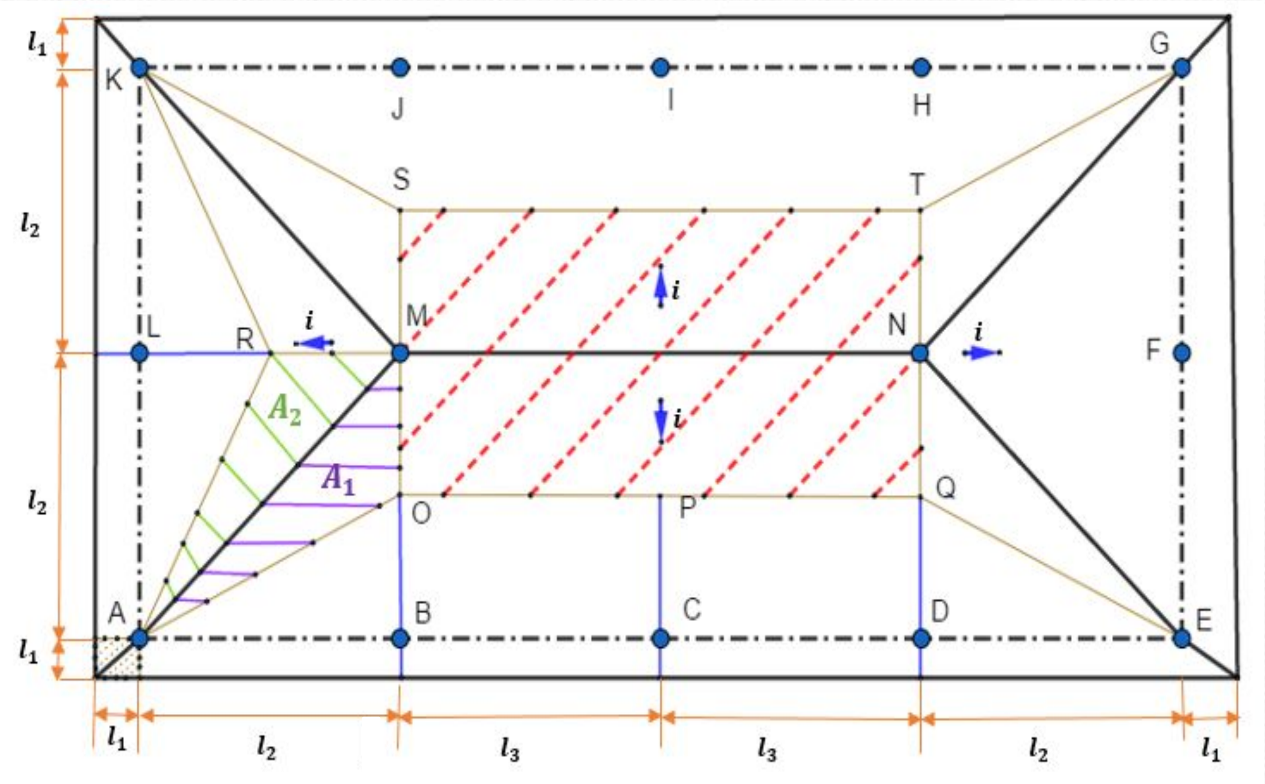
$^{b}/_{h} = {}^{5}/_{7}$ y **para Mínima Flecha** se toma $^{b}/_{h} = {}^{4}/_{7}$.

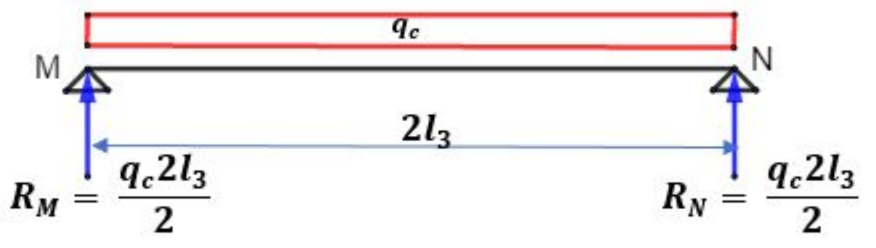
OBSERVACIONES

- Las reacciones que ejerce el Limatón **AM** sobre los pilares A y M es: ${}^{P}/_{2}$.

- Las dimensiones determinadas para el Limatón **AM** son válidas para los Limatones **MK**; **NG** y **NE**, respectivamente, por igualdad de longitud e igualdad de carga.

DETERMINACIÓN DE LA CARGA DISTRIBUIDA SOBRE LA VIGA CUMBRERA MN

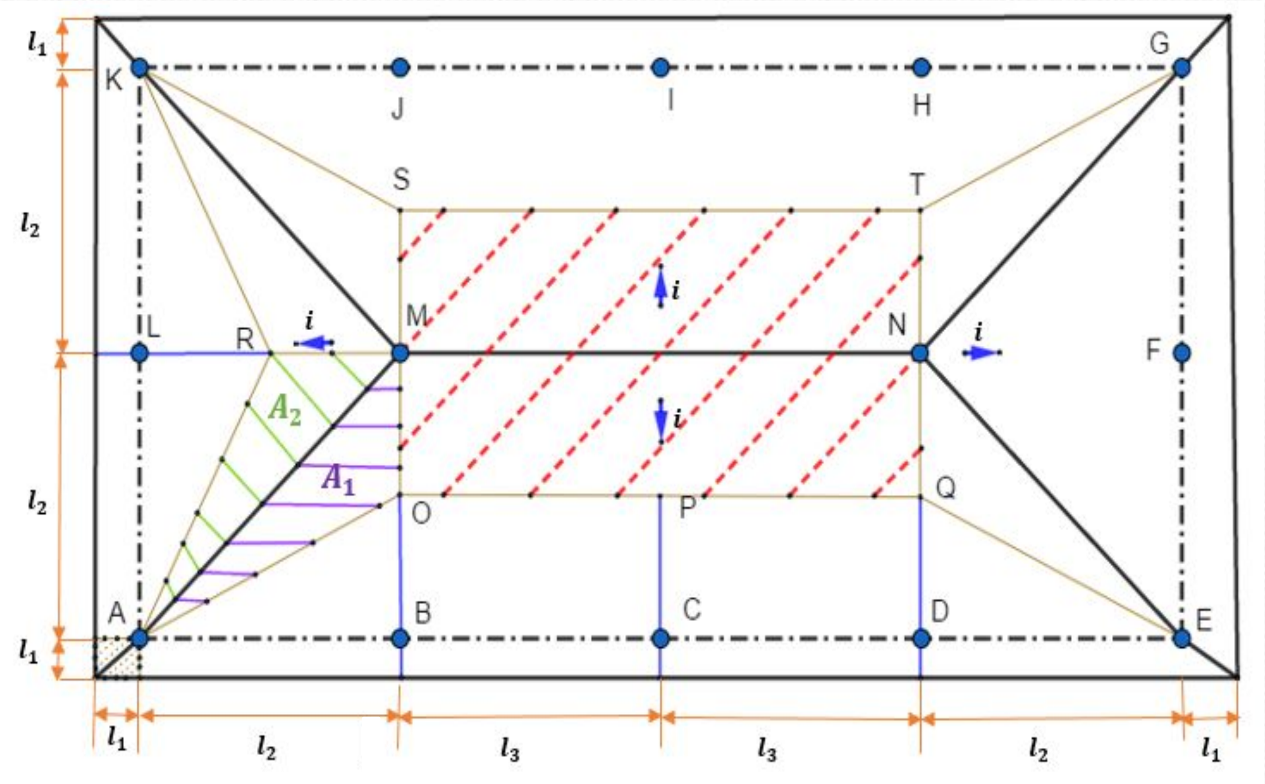




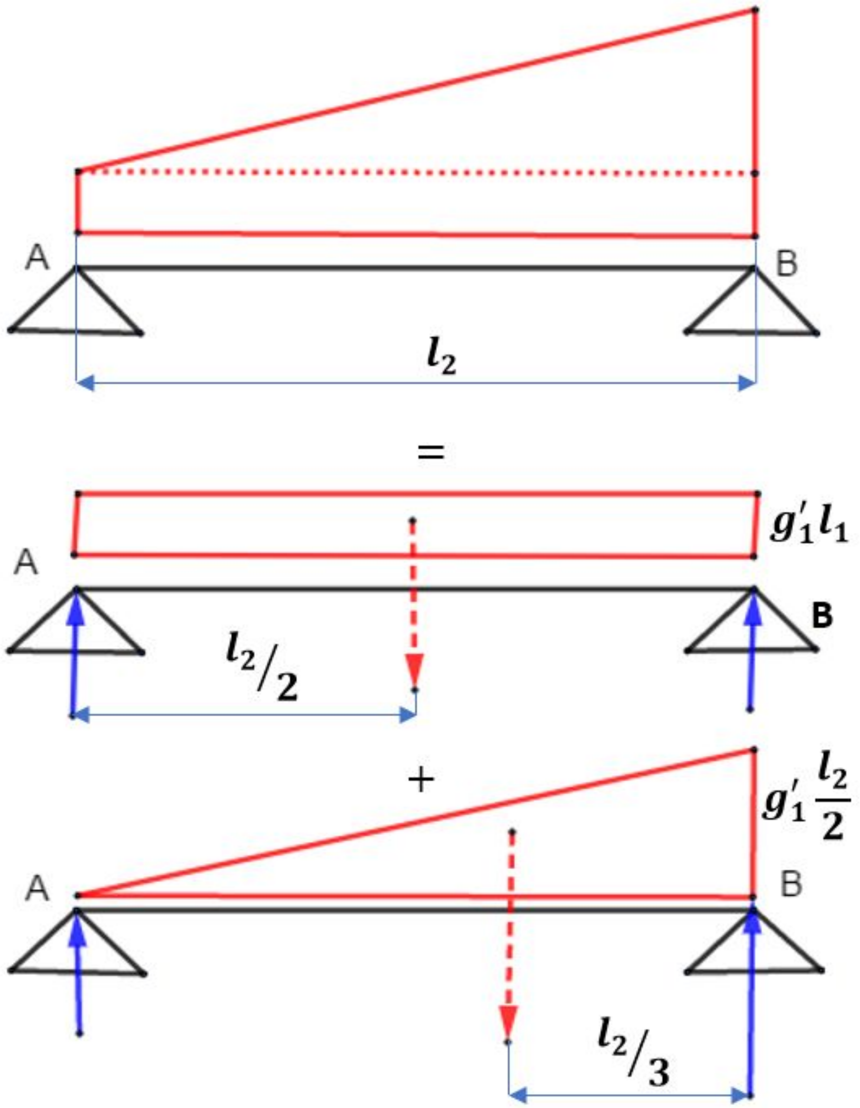
- Se toman los puntos medios: **O** de **MB**, **S** de **MJ**, **Q** de **ND** y **T** de **NH** y se construye el rectángulo **OSTQ,** cuyas dimensiones son: $\boldsymbol{l_2}$ y $\boldsymbol{2l_3}$.

- La carga distribuida sobre la viga cumbrera **MN** que llamamos $\boldsymbol{q_c}$ es igual a: $\boldsymbol{q_c = g_1^{'} l_2}$.

DETERMINACIÓN DE LA CARGA SOBRE LA VIGA AB



Por la igualdad de longitud y la igualdad de carga las vigas **AB**, **DE**, **KJ**, **HG**, **KL**, **LA**, **GF** y **FE** son iguales en sus reacciones sobre los pilares sobre los cuales apoyan y tienen las mismas líneas de estados.

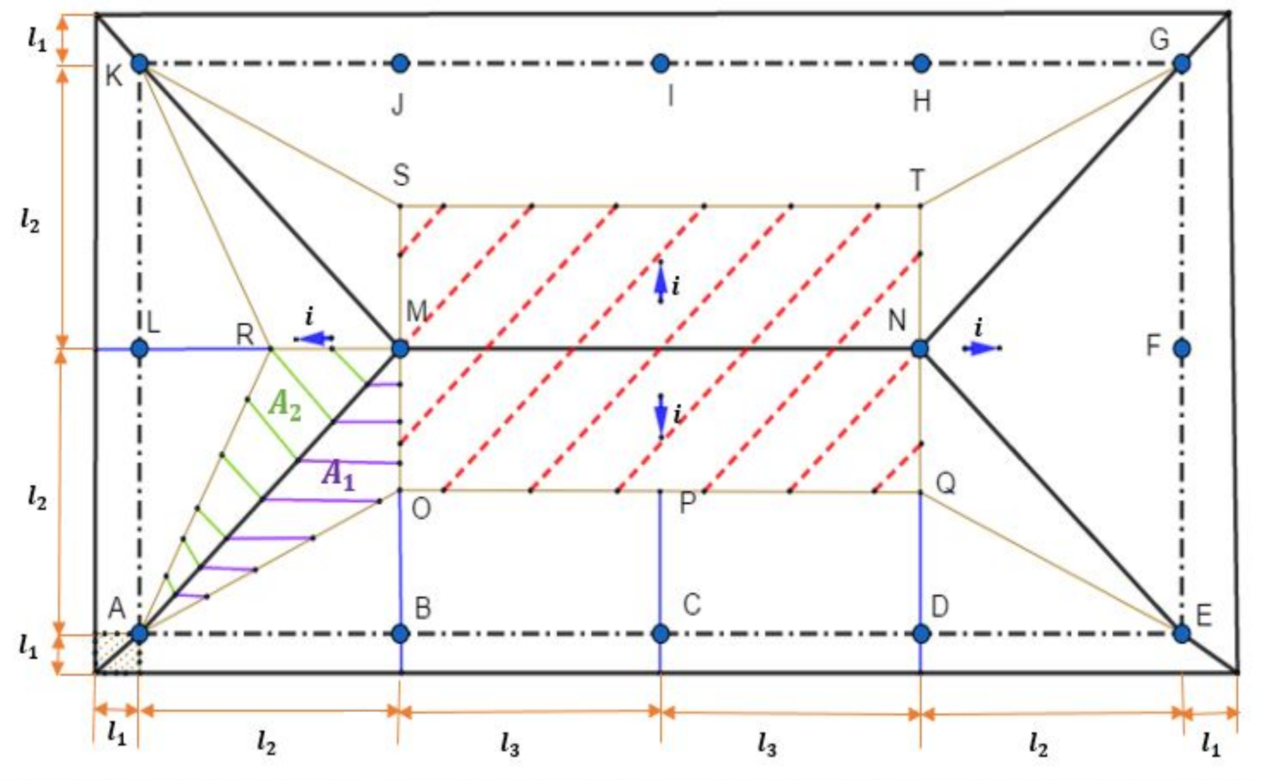


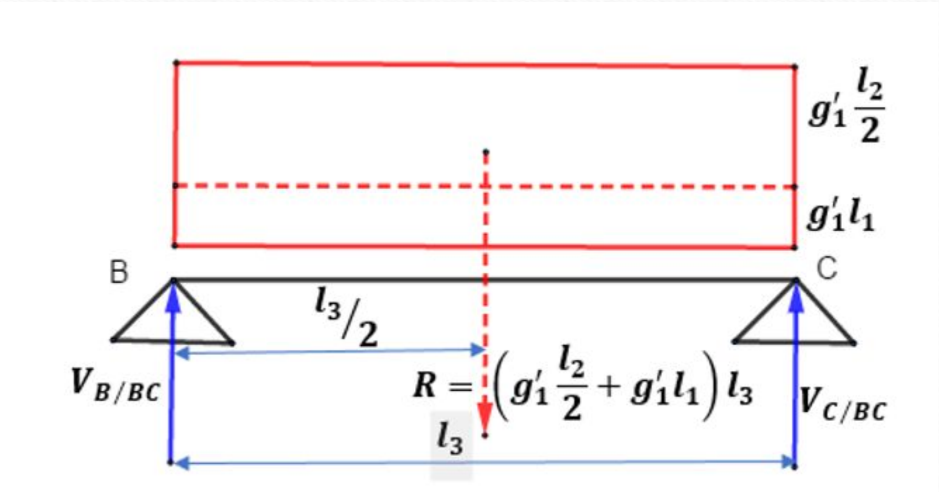
$$R_1 = g_1' l_1 l_2$$

$$R_2 = \frac{g_1' l_2^2}{4}$$

Las acciones de la viga **AB** sobre los pilares **A** y **B** respectivamente se obtienen sumando estas reacciones, análogamente se consideran para las demás vigas iguales a **AB**. No hablamos aquí del dimensionamiento de la viga **AB** y sus similares, por no ser la más solicitada entre todas las vigas.

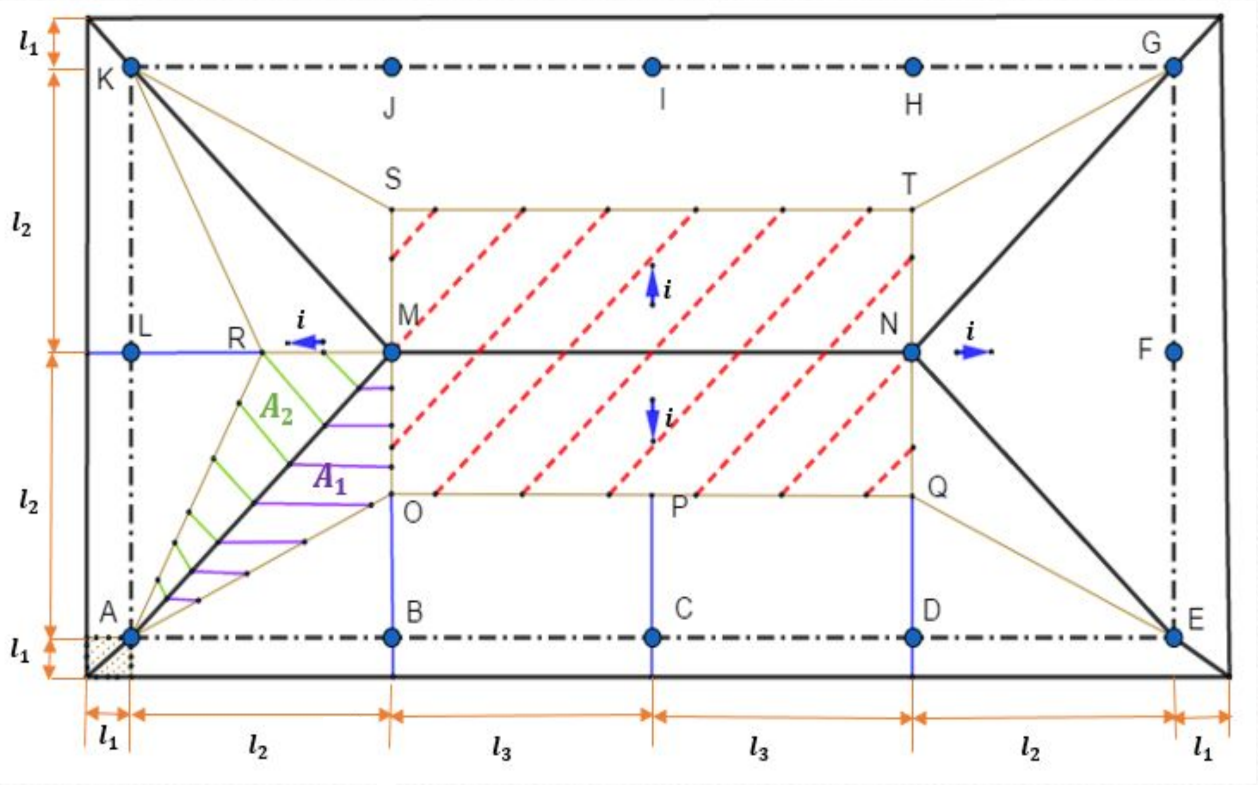
DETERMINACIÓN DE LA CARGA SOBRE LA VIGA BC





Por la igualdad de longitud y la igualdad de carga las vigas **BC**, **CD**, **JI** e **IH**; son iguales en sus reacciones sobre los pilares sobre los cuales apoyan y tienen las mismas líneas de estados, además son las dimensionantes por tener la mayor carga; no obstante, si la longitud es menor a las de **AB** y sus similares se debe verificar por lo menos a la flexión y a la flecha.

DETERMINACIÓN DE LA CARGA ACTUANTE SOBRE LOS PILARES



- **<u>Pilares M y N</u>:** La carga sobre el pilar **M** es igual a la carga actuante sobre el pilar **N**.

$$P_M = V_{M/Limatón\ AM} + V_{M/Limatón\ KM} + V_{M/Viga\ MN}$$

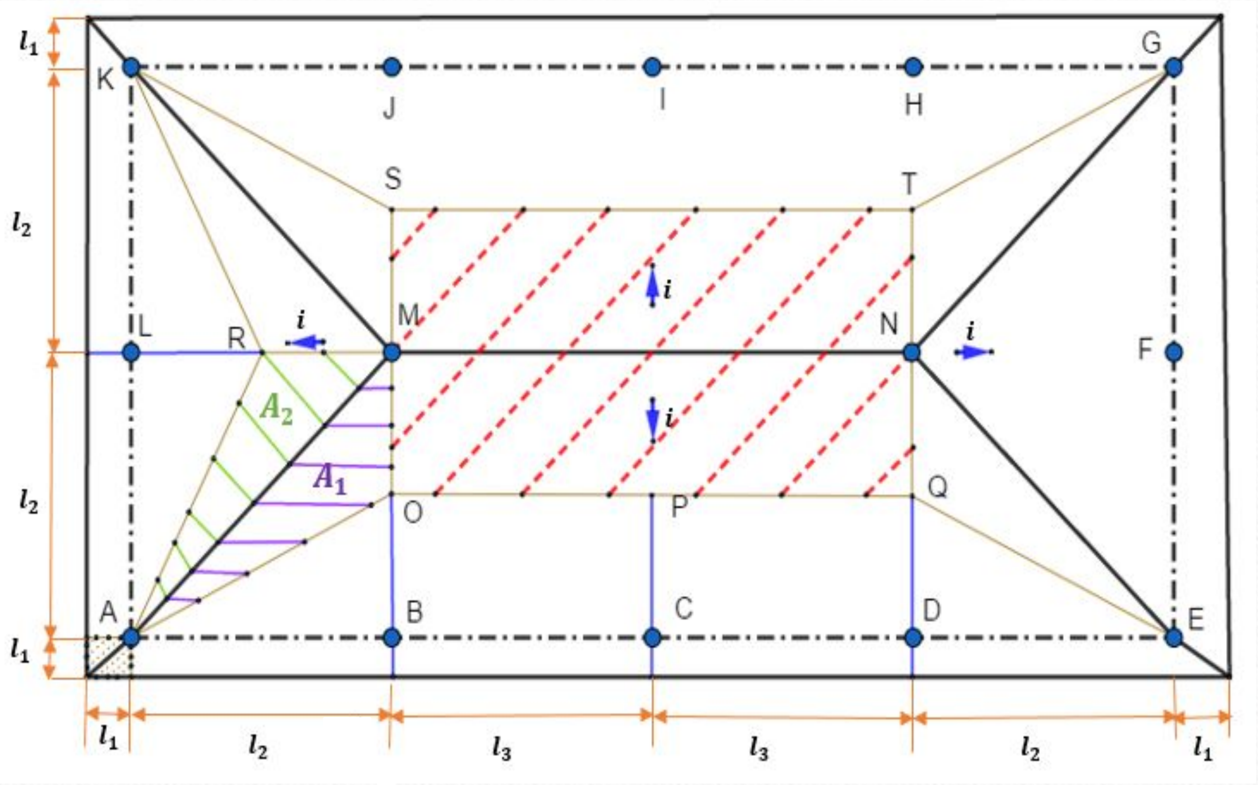
$$\therefore P_M = 2V_{M/Limatón\ AM} + V_{M/VigaMN}$$

- **<u>Pilares A, E, G y K</u>:** Las cargas sobre estos pilares también son iguales, por las razones dadas precedentemente.

$$P_A = V_{A/Limatón\ AM} + g'_1 l_1^2 + V_{A/Viga\ AB} + V_{A/Viga\ AL}$$

$$\therefore P_A = V_{A/Limatón\ AM} + g'_1 l_1^2 + 2V_{A/Viga\ AB}$$

DETERMINACIÓN DE LA CARGA ACTUANTE SOBRE LOS PILARES



- **<u>Pilares B, D, H y J</u>:** Las cargas sobre estos pilares también son iguales, por las razones dadas precedentemente.

$$P_B = V_{B/Viga\,AB} + V_{B/Viga\,BC}$$

- **<u>Pilares C e I</u>:** Las cargas sobre estos pilares también son iguales, por las razones dadas precedentemente.

$$P_C = V_{C/Viga\,BC} + V_{C/Viga\,CD}$$

$$\therefore P_C = 2V_{C/Viga\,BC}$$

ESTRUCTURAS DE MADERAS

PRÁCTICA

PROCEDIMIENTO GENERAL DE CÁLCULO DE VIGA MACIZA DE SECCIÓN RECTANGULAR

1. Determinar la carga que soporta la viga en cuestión.

2. Determinar Momento Flector, Cortante y Normal.

3. Calcular el Momento de Inercia $\boldsymbol{I_{x-x}}$ y Módulo de la Sección $\boldsymbol{W_{x-x}}$ para poder establecer la sección transversal necesaria. En general para secciones rectangulares se debe proceder a tomar el ancho **b** entre $\mathbf{{}^1/_3}$ y $\mathbf{{}^1/_2}$ de la altura **h** por razones de practicidad para el predimensionamiento.

Pero para la **Máxima Resistencia a la Flexión** se toma $\boldsymbol{{}^b/_h = {}^5/_7}$ y para **Mínima Flecha** se toma $\boldsymbol{{}^b/_h = {}^4/_7}$.

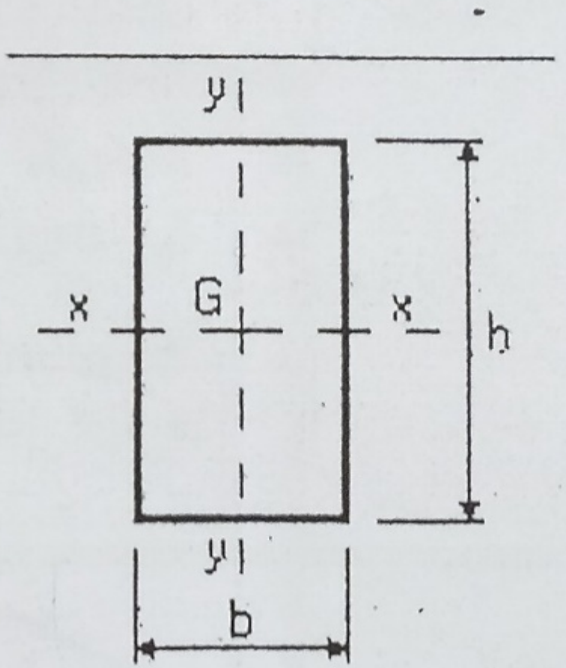
Propiedades geométricas de secciones rectangulares		
Área	$A = b \cdot h$	
Momento de inercia respecto del eje x-x.	$I_{x-x} = \dfrac{b \cdot h^3}{12}$	
Módulo resistente de la sección respecto del eje x-x.	$W_{x-x} = \dfrac{b \cdot h^2}{6}$	

Tabla 5.1

4. Se puede adoptar una sección y verificar a la flexión o establecer una de las relaciones dadas anteriormente entre **b** y **h** y despejar de:

$$\sigma_f = \frac{M_{fmax}}{W} \leq \bar{\sigma}_f \Rightarrow \frac{6M_{fmax}}{bh^2} \leq \bar{\sigma}_f$$

$$\bar{\sigma}_f \ es\ dato, tensión\ admisible\ a\ la\ flexión$$

5. Con la dimensión adoptada se verifica a la flecha, es decir: $\delta \leq \bar{\delta}$ donde $\delta\ (la\ flecha)$ depende de las condiciones de apoyo de la viga y de su estado de carga.

La flecha admisible $\bar{\delta}$ o flecha límite que se impone, obedece a razones funcionales y estructurales:

- **Razones Funcionales**: Fundamentalmente para evitar aspecto visual desagradable y sensación de inseguridad.
- **Razones Estructurales**: En este caso la limitación de la flecha evitará vibraciones en la propia estructura y roturas o mal funcionamiento elementos no estructurales por sobre o debajo de ella. Por ejemplo, apertura de ventanas y puertas, pendientes de desagües, etc.

Como flechas admisibles pueden tomarse los siguientes valores:

- Vigas en voladizo: $^{l}/_{150}$

- Vigas de entrepiso, arriba o debajo de locales para vivienda u oficina y debajo de locales para fábricas y talleres: $^{l}/_{300}$

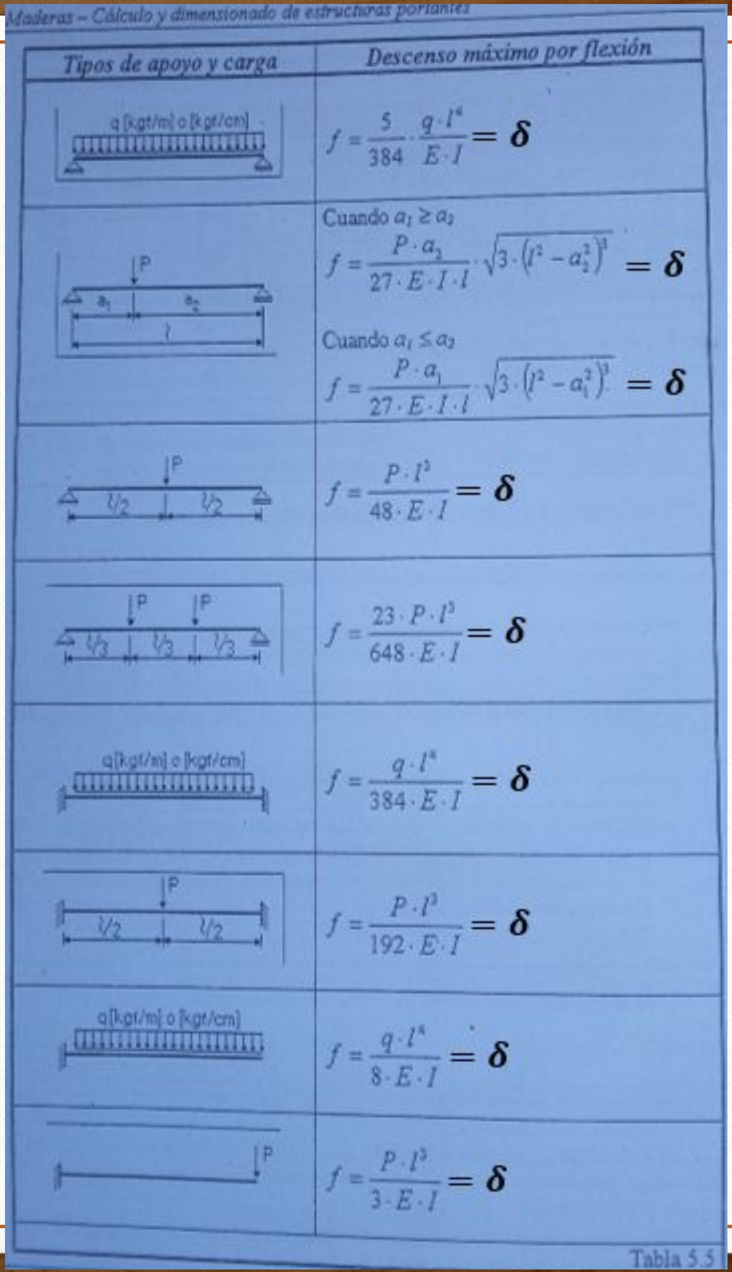
- En elementos de cubierta de construcciones rurales tales como techos de establos o graneros, puede considerarse: $^{l}/_{200}$

$\boldsymbol{l}$: $\boldsymbol{es\ la\ luz\ de\ la\ viga\ o\ longitud\ del\ voladizo}$ en cm

A continuación, insertamos la flecha $\boldsymbol{\delta} = \boldsymbol{f}$ para algunas vigas con su carga correspondiente.

Donde:

- P: valor de la carga puntual.
- q: valor de la carga distribuida.
- E: módulo de elasticidad.
- I: momento de inercia de la sección transversal.
- l: luz de cálculo de la viga.



Maderas – Cálculo y dimensionado de estructuras portantes

Tipos de apoyo y carga	Descenso máximo por flexión
q [kgf/m] o [kgf/cm]	$f = \frac{5}{384} \cdot \frac{q \cdot l^4}{E \cdot I} = \boldsymbol{\delta}$
P; a_1; a_2; l	Cuando $a_1 \geq a_2$ $f = \frac{P \cdot a_2}{27 \cdot E \cdot I \cdot l} \cdot \sqrt{3 \cdot (l^2 - a_2^2)^3} = \boldsymbol{\delta}$ Cuando $a_1 \leq a_2$ $f = \frac{P \cdot a_1}{27 \cdot E \cdot I \cdot l} \cdot \sqrt{3 \cdot (l^2 - a_1^2)^3} = \boldsymbol{\delta}$
P; l/2; l/2	$f = \frac{P \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot I} = \boldsymbol{\delta}$
P; P; l/3; l/3; l/3	$f = \frac{23 \cdot P \cdot l^3}{648 \cdot E \cdot I} = \boldsymbol{\delta}$
q[kgf/m] o [kgf/cm]	$f = \frac{q \cdot l^4}{384 \cdot E \cdot I} = \boldsymbol{\delta}$
P; l/2; l/2	$f = \frac{P \cdot l^3}{192 \cdot E \cdot I} = \boldsymbol{\delta}$
q[kgf/m] o [kgf/cm]	$f = \frac{q \cdot l^4}{8 \cdot E \cdot I} = \boldsymbol{\delta}$
P	$f = \frac{P \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot I} = \boldsymbol{\delta}$

Tabla 5.5

6. Verificación al corte: $\boldsymbol{\tau = 1,5\,\frac{Q}{bh} \leq \bar{\tau}_{/\!/}}$

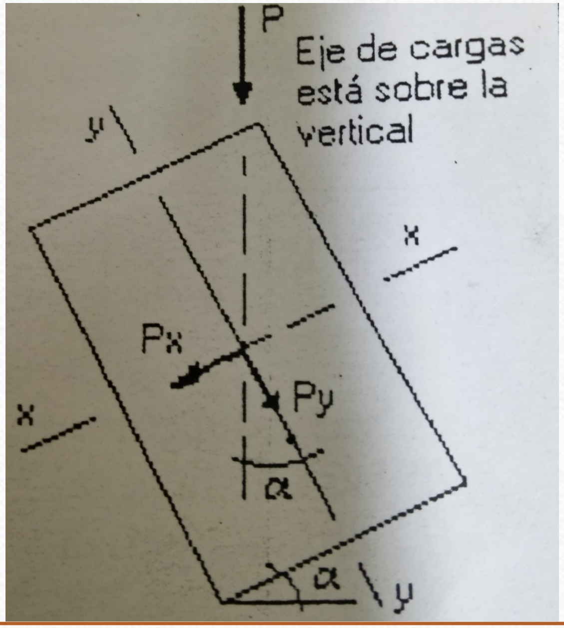
7. Verificación al aplastamiento: Por último, se deberá comprobar o definir el área de apoyo para no superar en la zona de apoyo las tensiones admisibles perpendiculares a la fibra, es decir:

$$\boldsymbol{\sigma_{\perp} = \frac{Reacción\ de\ Apoyo}{Area\ de\ apoyo} \leq \bar{\sigma}_{\perp}}$$

OTROS ASPECTOS QUE SE DEBERÁN TENER EN CUENTA

- Se debe tratar de evitar de que el canto o altura **h** de la viga llegue a 12" = 30cm para evitar **la inestabilidad lateral** caso contrario deberá recurrirse a vigas armadas.

- Para elementos sometidos a flexión oblicua (correas de techo y demás), se puede descomponer la fuerza actuante **P** en las dos direcciones principales o bien, considerar a **P** actuando en la dirección del eje **Y-Y**.



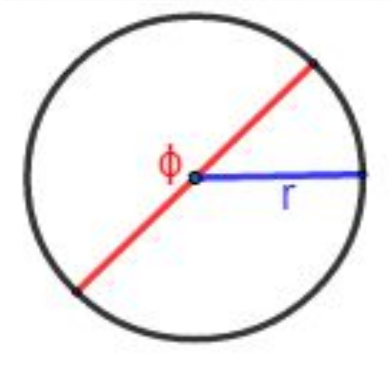
OTROS ASPECTOS QUE SE DEBERÁN TENER EN CUENTA

- Una vez definida la máxima flecha que adoptará la viga, es conveniente darle a ésta una contra flecha igual para lograr finalmente una deformación casi nula en servicio.
- Para el caso de vigas continuas se acepta el cálculo de cada tramo en forma independiente como si ésta fuera un conjunto de vigas simplemente apoyadas.
- Para los empalmes de piezas solicitadas a flexión, el módulo resistente de los cubrejuntas de madera deberá ser, por lo menos, igual al de las piezas que se empalman.
- Eventualmente los defectos del material, tal es el caso de los nudos por ejemplo, deberán quedar siempre en la parte comprimida.

PROCEDIMIENTO GENERAL DE CÁLCULO DE VIGA MACIZA DE SECCIÓN CIRCULAR

Se dimensiona en forma análoga al caso de vigas rectangulares, atendiendo las propiedades geométricas de la sección que son:

- Momento de Inercia: $\boldsymbol{I} = \frac{\pi\emptyset^4}{64}$
- Módulo Resistente de La Sección: $\boldsymbol{W} = \frac{\pi\emptyset^3}{32}$
- Esfuerzo Tangencial Máximo: $\boldsymbol{\tau} = \frac{4}{3}\frac{Q}{\pi r^2}$



Donde:

- ✓ $\boldsymbol{r}$ es radio de la sección circular.
- ✓ $\boldsymbol{Q}$ es el valor del Cortante en la sección considerada.
- ✓ $\emptyset$ es diámetro de la sección.

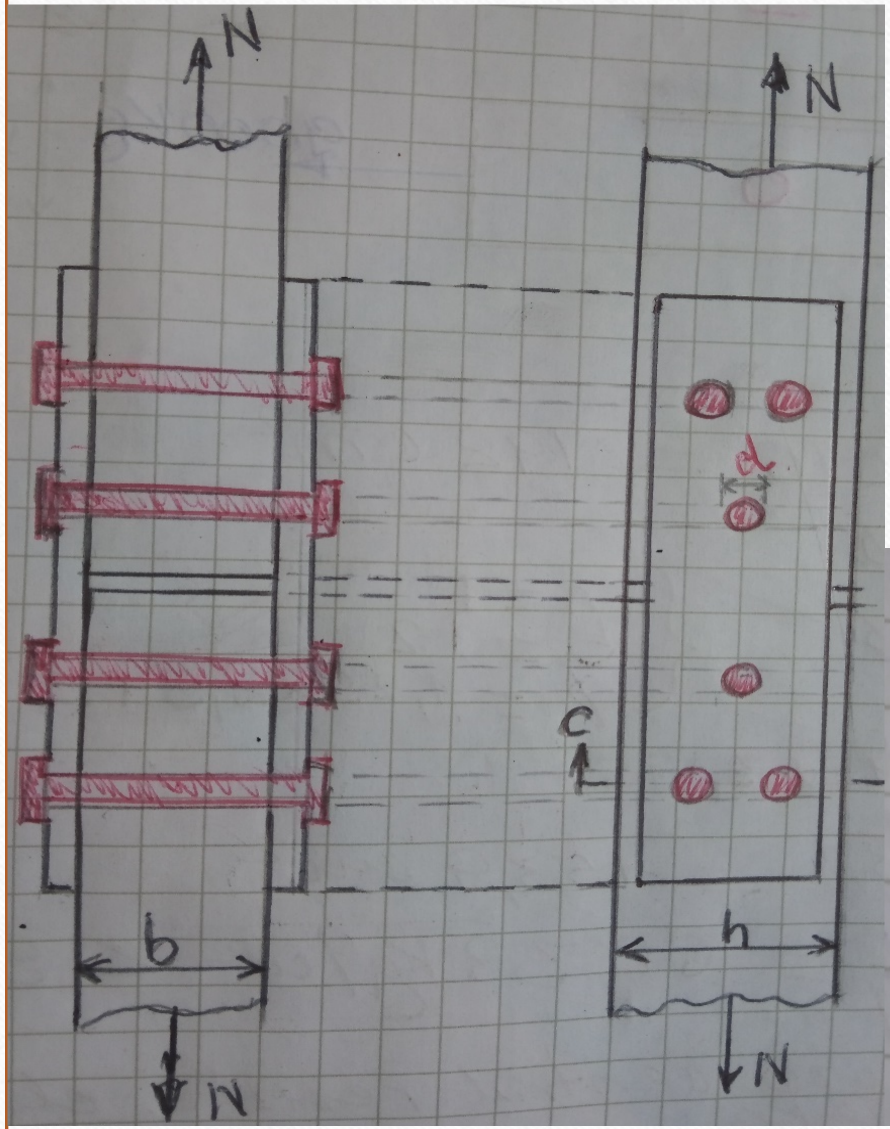
PROCEDIMIENTO GENERAL DE CÁLCULO DE PIEZAS SOMETIDA A TRACCIÓN SIMPLE

Las piezas solicitadas a tracción simples son dimensionadas con la sección líquida, utilizando la fórmula:

$$\boldsymbol{\sigma_t = \frac{N}{A_u} \leq \bar{\sigma}_t}$$

Donde:

- ✓ $\boldsymbol{N}$: ***esfuerzo de tracción.***
- ✓ $\boldsymbol{\bar{\sigma}_t}$: ***la tensión admisible a la tracción (dato técnico).***
- ✓ $\boldsymbol{A_u}$: ***área útil de la pieza.***



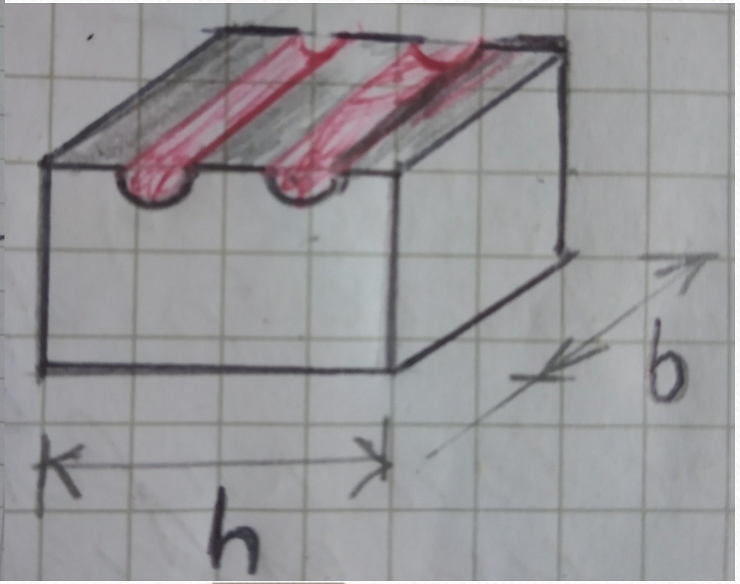
$$A_u = A - n * b * d$$
$$A = b * h$$

Donde:

- ✓ n: $\boldsymbol{número\ de\ pasador}$ $(\boldsymbol{bulones, pernos, clavos, etc})$

Se debe considerar el mayor número de pasador alineado, en nuestro gráfico $\boldsymbol{n = 2}$

- ✓ d = $\boldsymbol{diámetro\ del\ pasador}$



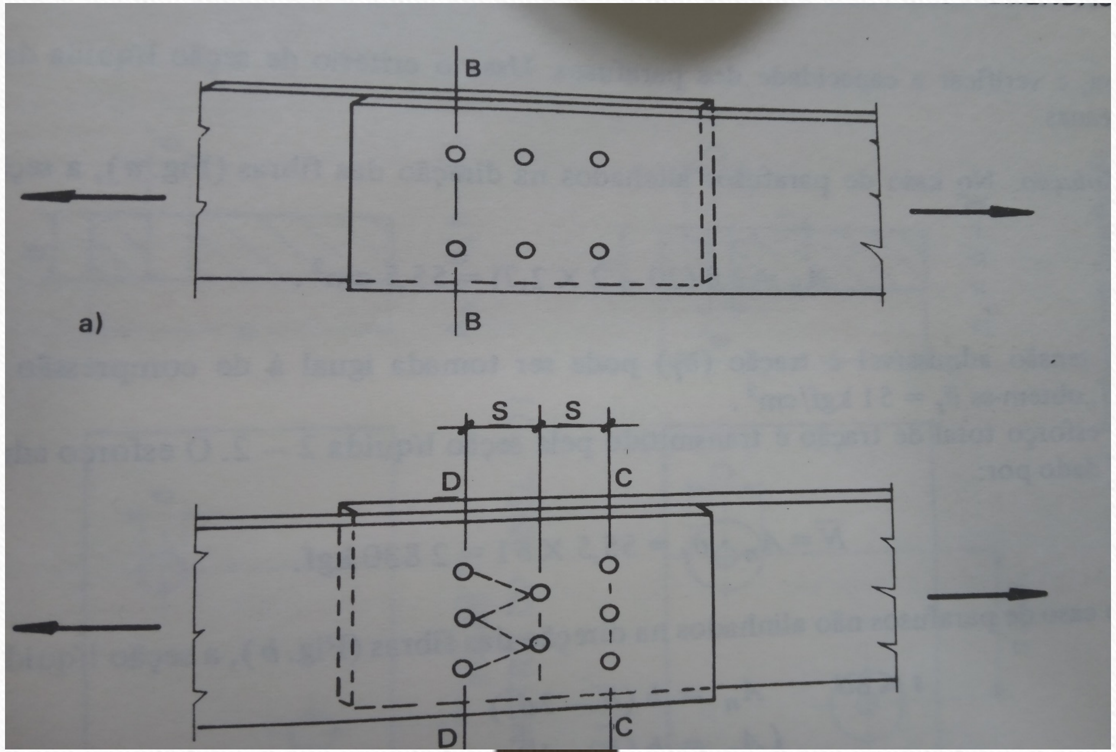
- ➢ CORTE C – C

$$A_u = b * h - 2 * b * d$$

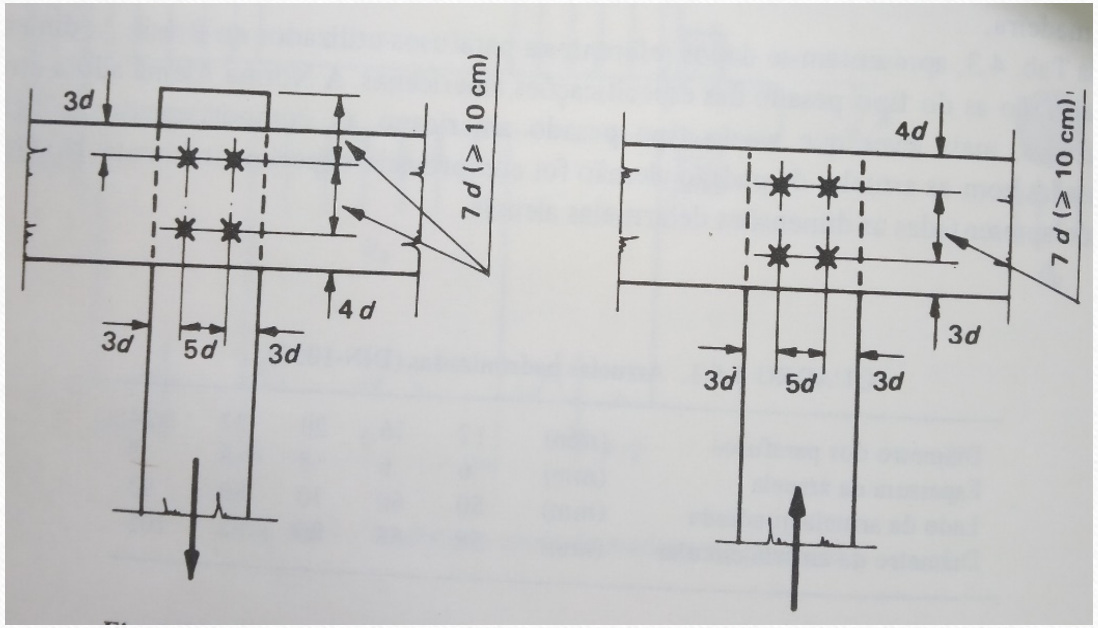
Cuando los orificios de los pasadores están alineados, **la norma americana** considera la sección neta en **C – C**, cuando $\boldsymbol{S} \geq \boldsymbol{8d}$**,** siendo **d** el diámetro nominal del pasador; cuando $\boldsymbol{S} \leq \boldsymbol{8d}$**,** para obtener el área de la sección útil $\boldsymbol{A_u}$ se resta el área total de los orificios en ZIGZAG de la sección **D-D** al área bruta $\boldsymbol{A}$ de la sección, en cambio la Norma Alemana DIN-1.052 considera la sección **C – C**, cuando $\boldsymbol{S} \geq \boldsymbol{15cm}$ y la sección **D-D,** cuando $\boldsymbol{S} \leq \boldsymbol{15cm}$

$$\boldsymbol{A_u = A - n * b * d}$$

$$\boldsymbol{A = b * h}$$

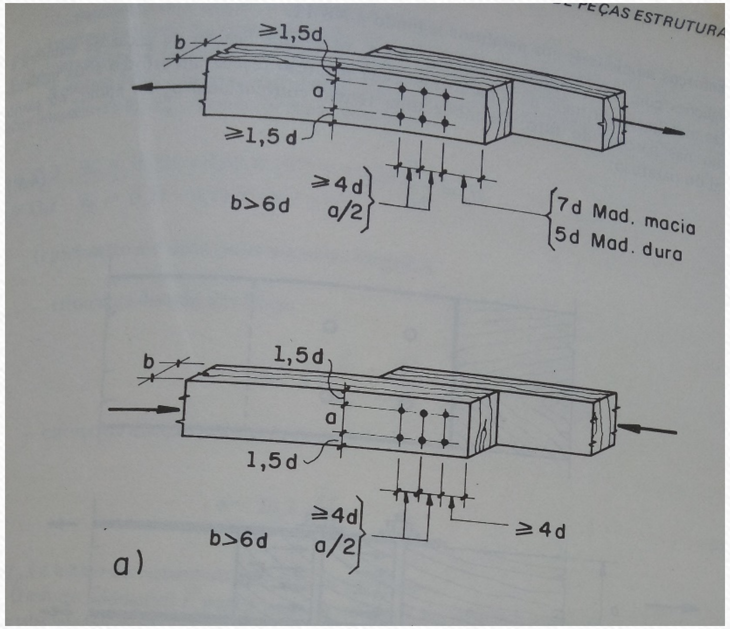


SEPARACIONES MÍNIMAS ENTRE PASADORES Y SUS DISTANCIAS A LOS BORDES SEGÚN LA NORMA ALEMANA DIN - 1052

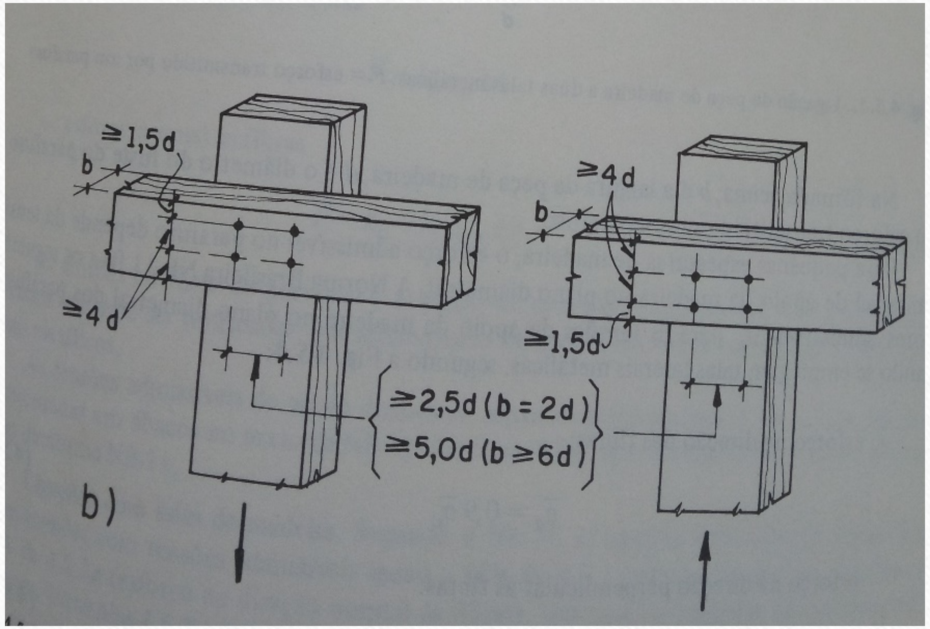


Observar cuando la pieza está comprimida o está traccionada.

SEPARACIONES MÍNIMAS ENTRE PASADORES Y SUS DISTANCIAS A LOS BORDES SEGÚN LA NORMA AMERICANA



Los gráficos de a) son esfuerzos de tracción y compresión paralelos a las fibras.



Los gráficos de b) son esfuerzos de tracción y compresión normales a las fibras.

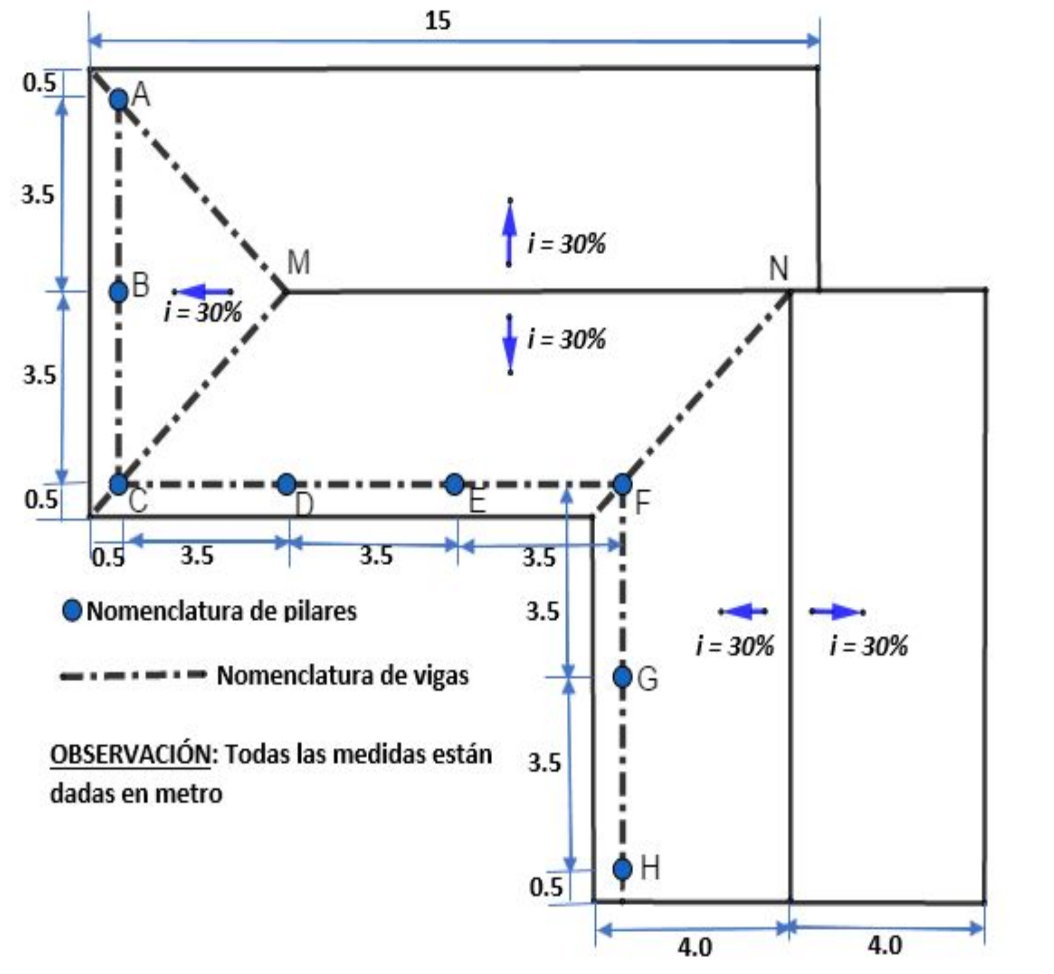
ESTRUCTURAS DE MADERAS

PRÁCTICA

DISTRIBUCIÓN DE CARGA DE TECHO DEL TEMA DEL PRIMER PARCIAL

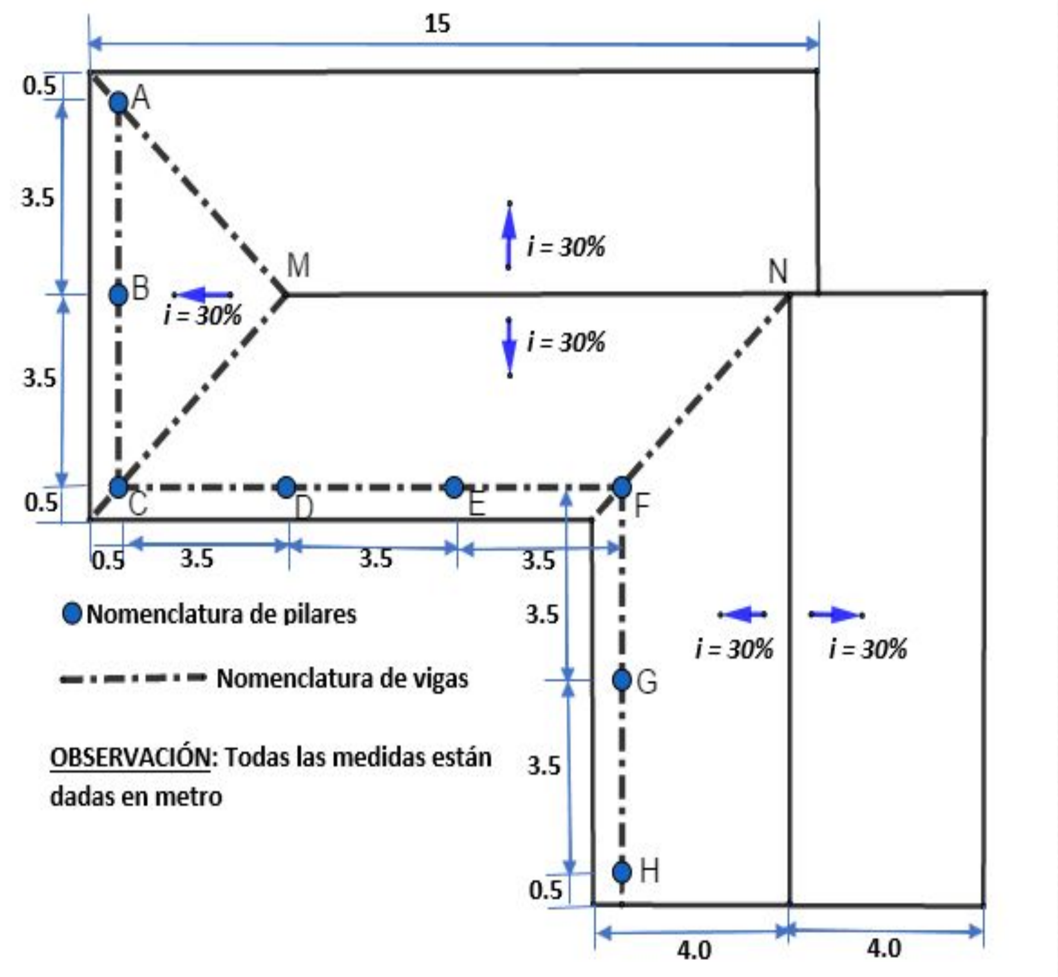
La planta de techo indicada en la figura tiene un peso en planta de 178 Kg/m^2 incluido el efecto de viento. AB; BC; CD; DE; EF; FG; GH son vigas de maderas soportadas por pilares de maderas, también son vigas de maderas AM, CM Y FN.

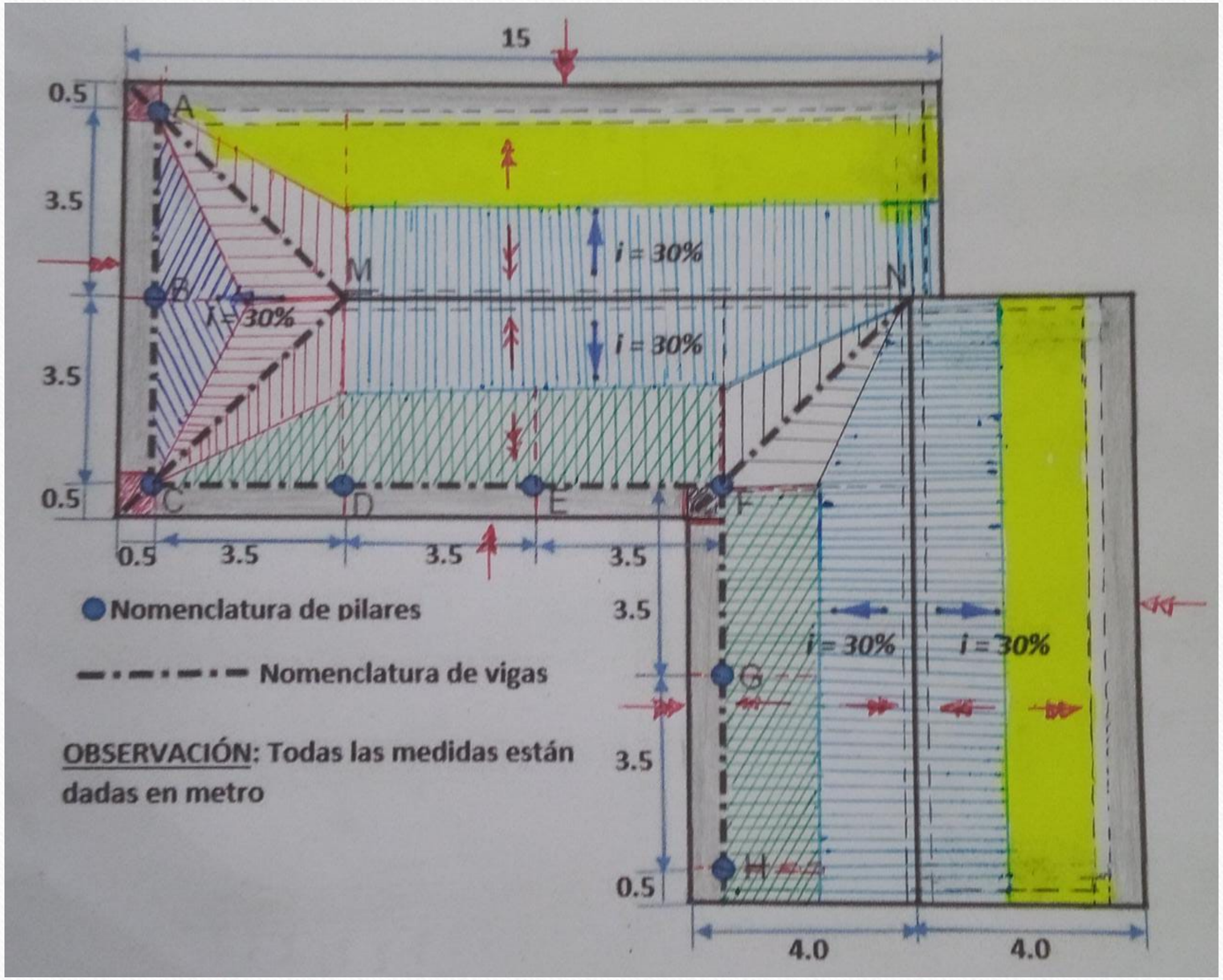
Las cumbreras como así las demás partes del techo son soportadas por paredes de mamposterías. Las flechitas en color azul indican la pendiente del techo que es de 30% y consecuentemente el sentido de escurrimiento de las aguas de lluvias.



DISTRIBUCIÓN DE CARGA DE TECHO DEL TEMA DEL PRIMER PARCIAL

2) Determinar cuál de los pilares A, B, C, D, E, F, G y H soporta la mayor carga y cuales soportan cargas iguales. Realizar el diagrama de cuerpo libre de todas las vigas de madera indicando claramente las cargas actuantes sobre las mismas, (un solo diagrama para vigas equivalentes, es decir para los que soportan cargas iguales). **(7 Puntos)**



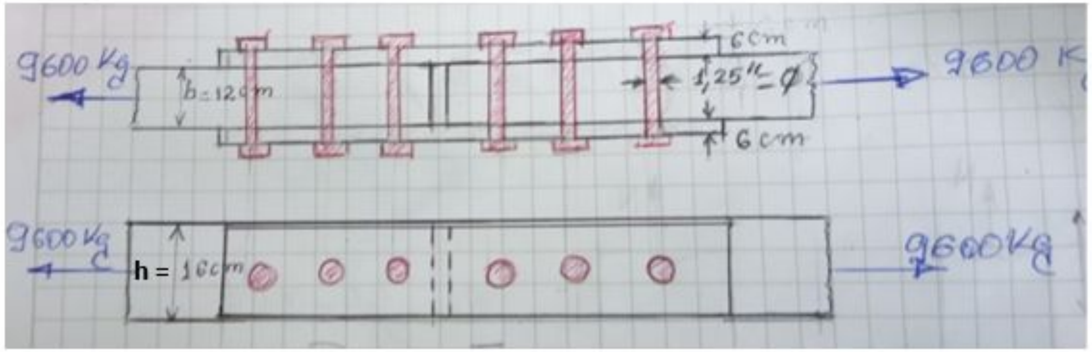

15
0.5
3.5
3.5
0.5
A
B
C
D
E
F
M
N
G
H
i = 30%
i = 30%
i = 30%
i = 30%
i = 30%
0.5
3.5
3.5
3.5
3.5
3.5
0.5
4.0
4.0
Nomenclatura de pilares
Nomenclatura de vigas
OBSERVACIÓN: Todas las medidas están dadas en metro

ESTRUCTURAS DE MADERAS

PRÁCTICA

PROBLEMA 1

El cordón inferior de una armadura reticulada de madera de 12 cm x 16 cm de sección tiene que empalmarse para resistir un esfuerzo de tracción de 9.600 kg por medio de bridas de madera de 6 cm x 16 cm y pernos de 1,25 pulgadas de diámetro. Verificar si la pieza central puede resistir dicho esfuerzo, sabiendo que $\boldsymbol{\overline{\sigma}_t = 80\ kg/cm^2}$.



$$\sigma = \frac{N}{A_u} \leq \bar{\sigma}_t \cdots\cdots (\mathbf{1})$$

$$Au = \ At - n * b * \emptyset \cdots\cdots (\mathbf{2})$$

$$At = b * h \cdots\cdots (\mathbf{3})$$

$$n = 1\ y\ \emptyset = 1{,}25'' * 2{,}54\ cm/'' \cdots\cdots (\mathbf{4})$$

$(\mathbf{3})\ y\ (\mathbf{4})\ en\ (\mathbf{2})$:

$$Au = b * h - 1 * b * 1{,}25 * 2{,}54$$

$$Au = 12 * 16 - 12 * 1{,}25 * 2{,}54$$

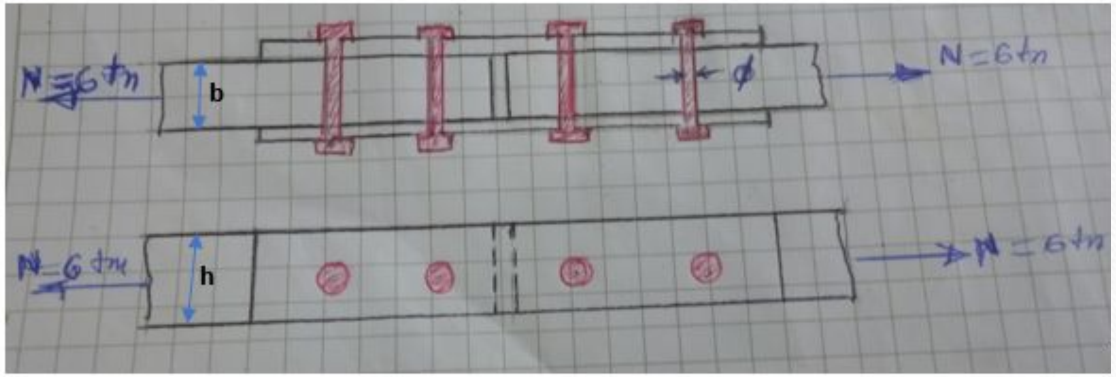
$$\boldsymbol{Au = 153{,}9\ cm^2}\ en\ (\mathbf{1})$$

$$\boldsymbol{\sigma_t} = \frac{9.600}{153{,}9} = \boldsymbol{62{,}38\,kg/cm^2 < 80\,kg/cm^2}$$

Conclusión: La pieza central resiste el esfuerzo de tracción de 9.600 kg.

PROBLEMA 2

El cordón inferior de un reticulado está sometido a un esfuerzo de tracción de N = 6tn y empalmado mediante brida de madera unido con pernos de 20 mm de Ø, dispuesto en una hilera tal como se indica en la figura. Calcular el área necesaria de la sección de la pieza central. $\bar{\sigma}_t = 80\text{kg}/cm^2$.



$$\sigma = \frac{N}{A_u} \leq \bar{\sigma}_t$$

$$A_u \geq \frac{N}{\bar{\sigma}_t} = \frac{6.000}{80}$$

$$\boldsymbol{A_u \geq 75\ cm^2}$$

$$At = \ Au + n * b * \emptyset$$

$$n = 1;\ \emptyset = 2\ cm; adoptamos\ b = 10\ cm$$

$$\therefore A_t = 75 + 1 * 10 * 2$$

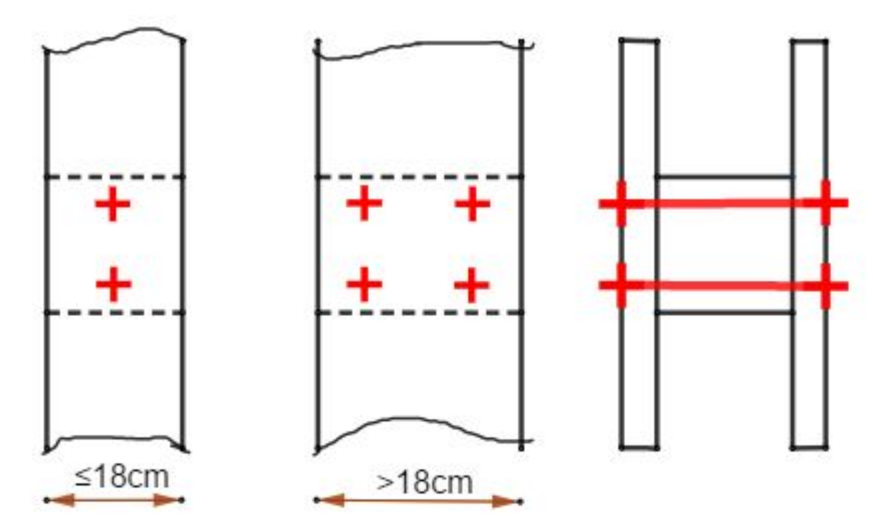
$$\boldsymbol{At = 95\ cm^2} = b * h = 10 * h$$

$$h = 9{,}5\ cm, \boldsymbol{adoptamos\ h = 10\ cm}$$

∴ El Área de la sección es $\boldsymbol{A_t = 100\ cm^2 = 10\ cm\ x\ 10\ cm = 4''x\ 4''}$

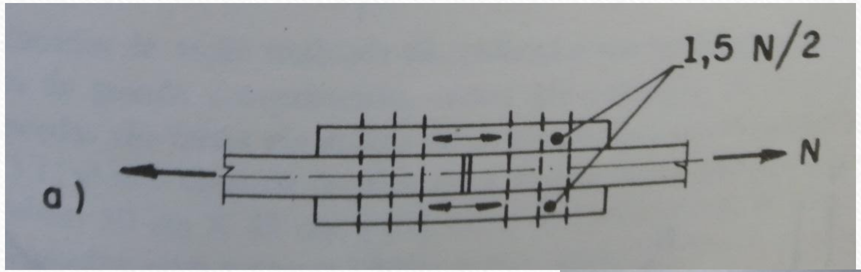
EN LAS PIEZAS DE MADERAS UNIDAS EN SUS EXTREMOS O EN SU TERCIO SE DEBE TENER EN CUENTA LO SIGUIENTE:

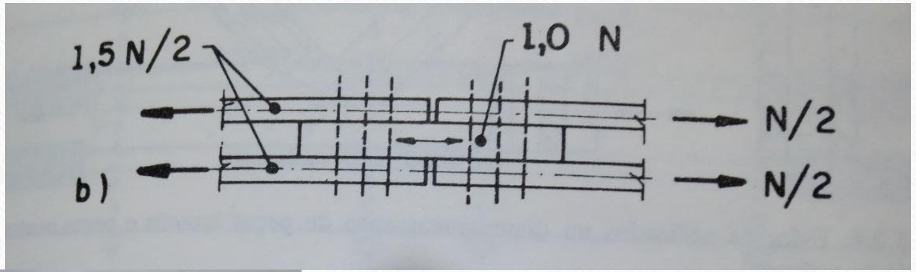
- Para anchura menor o igual a 18 cm debe unirse por medio de dos pernos.
- Para anchuras mayores que 18 cm debe unirse con cuatro pernos como mínimo.

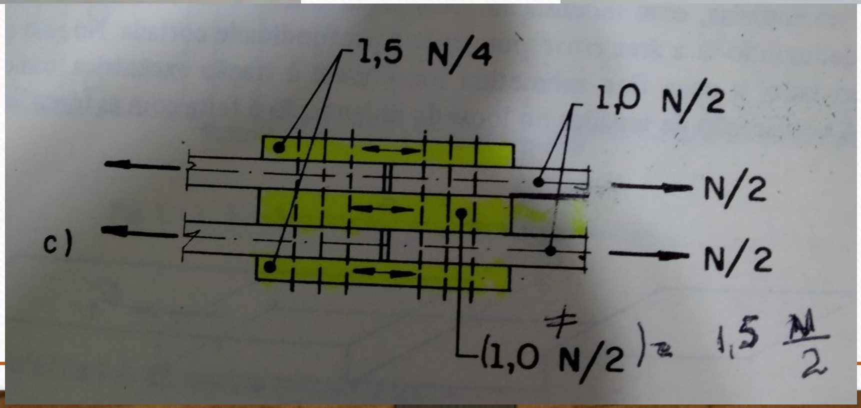


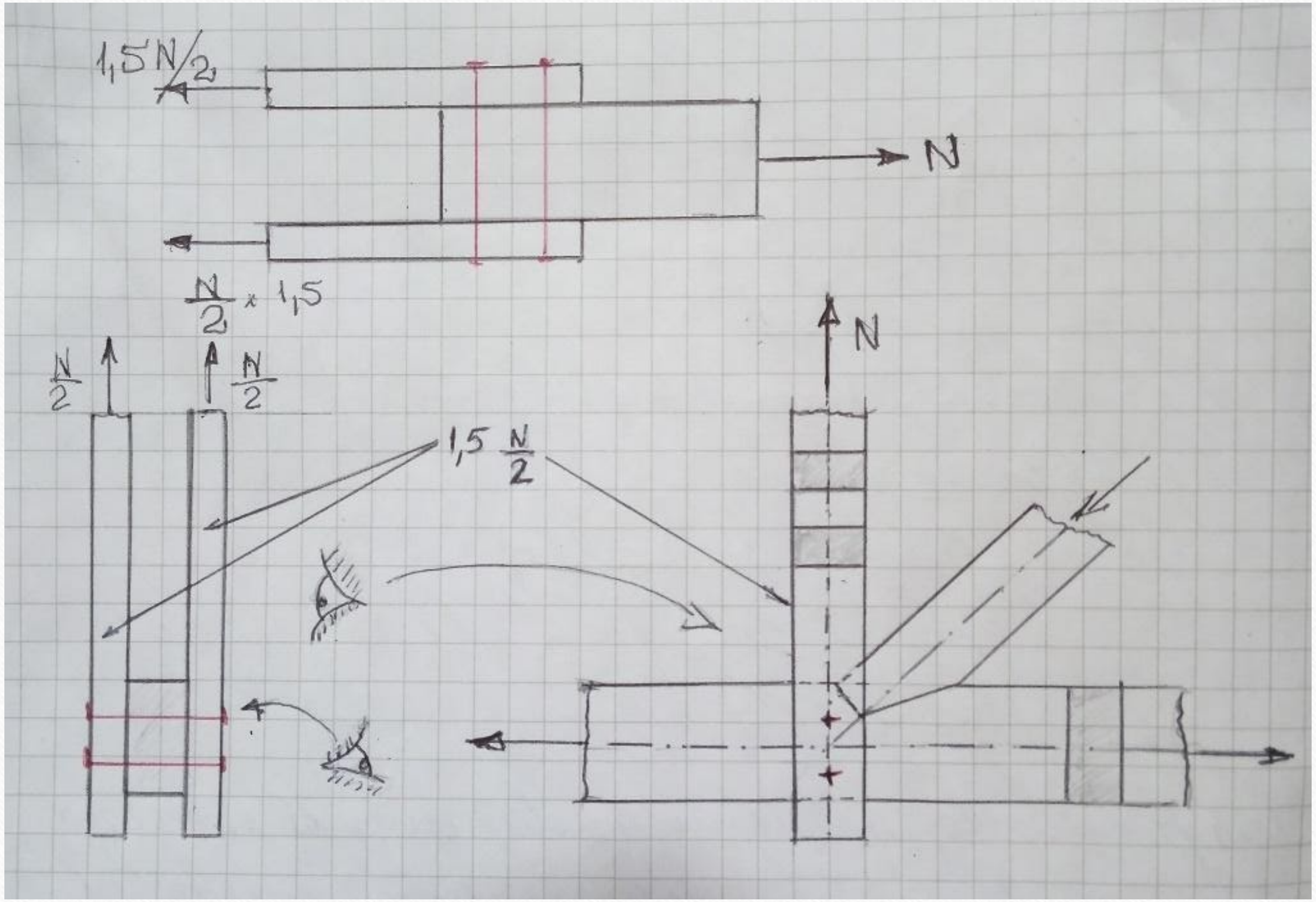
DIMENSIONAMIENTO DE PIEZAS LATERALES (BRIDAS O CUBREJUNTAS) DE MADERA

Las piezas laterales o bridas de madera solicitadas a esfuerzos de tracción como consecuencia del esfuerzo al que está sometido la pieza central, según la norma alemana debe ser calculada con una carga incrementada en un 50%.









1,5 N/2
N
N/2 × 1,5
N/2
N/2
1,5 N/2
N

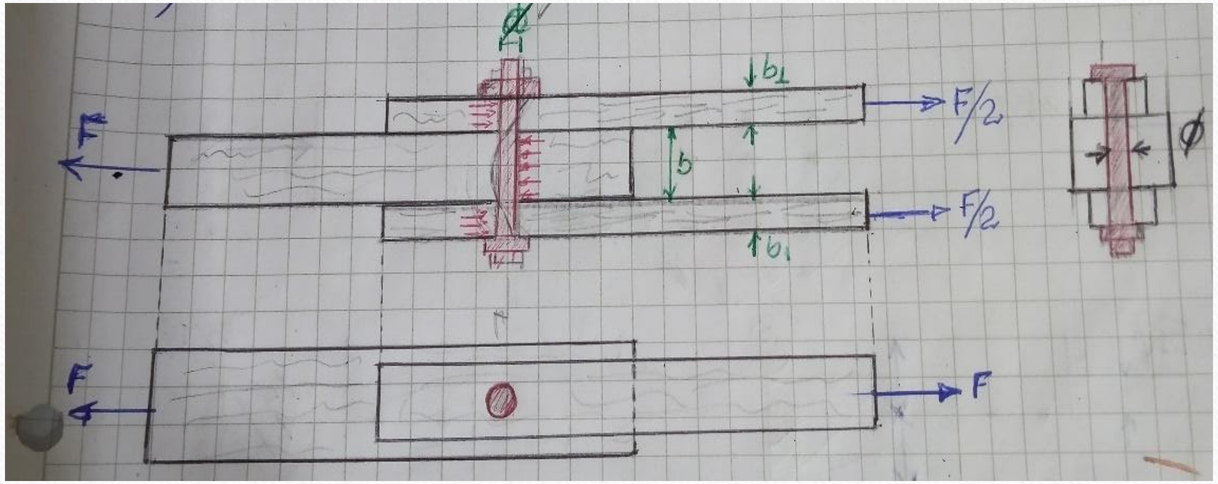
PERNOS

Son elementos de unión metálicos utilizados generalmente en uniones traccionadas, a veces en piezas comprimidas.

En el cálculo de estabilidad de los pernos se debe verificar:

- La resistencia al aplastamiento de la madera contra el perno.
- La resistencia al corte paralelos a las fibras.
- La resistencia a la flexión de los pernos.

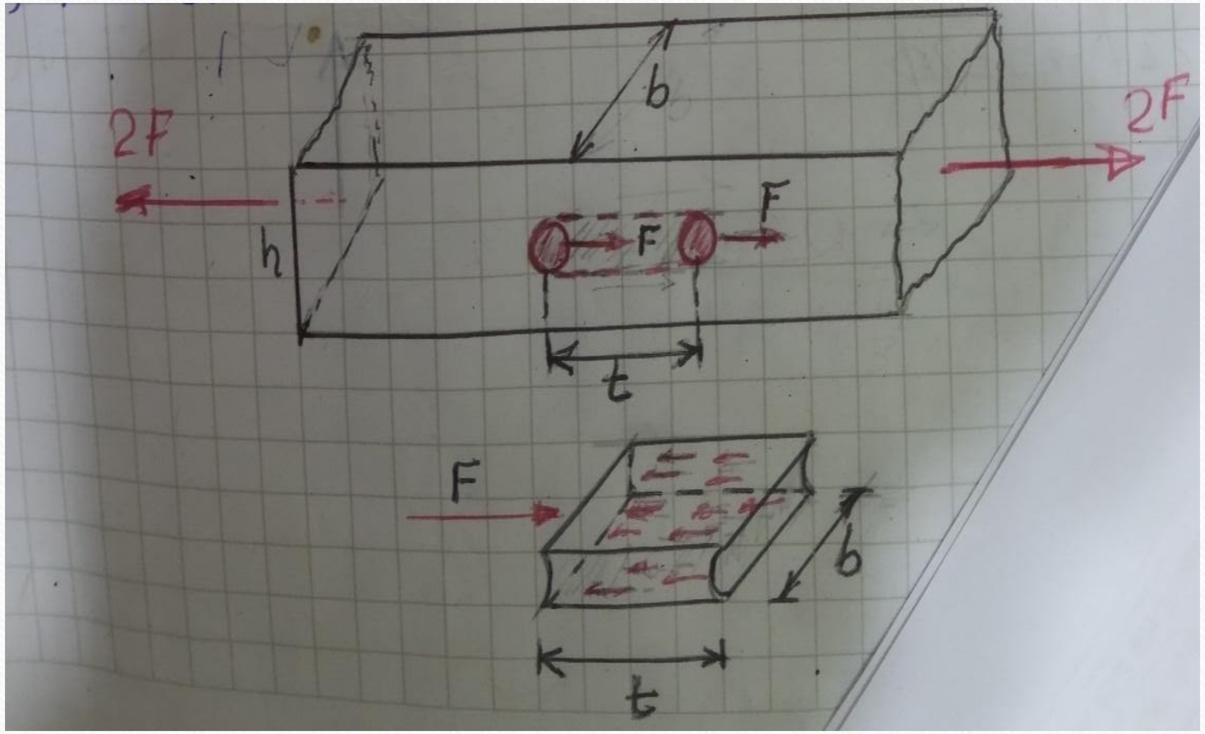
1. RESISTENCIA AL APLASTAMIENTO DE LA MADERA CONTRA EL PERNO (Rap)



$$\boldsymbol{\sigma_{ap} = \frac{R_{ap}}{b\emptyset} \leq \overline{\sigma}_c}$$

$$\boldsymbol{Rap \leq b\emptyset\overline{\sigma}_c}$$

2. RESISTENCIA AL CORTE PARALELA A LAS FIBRAS



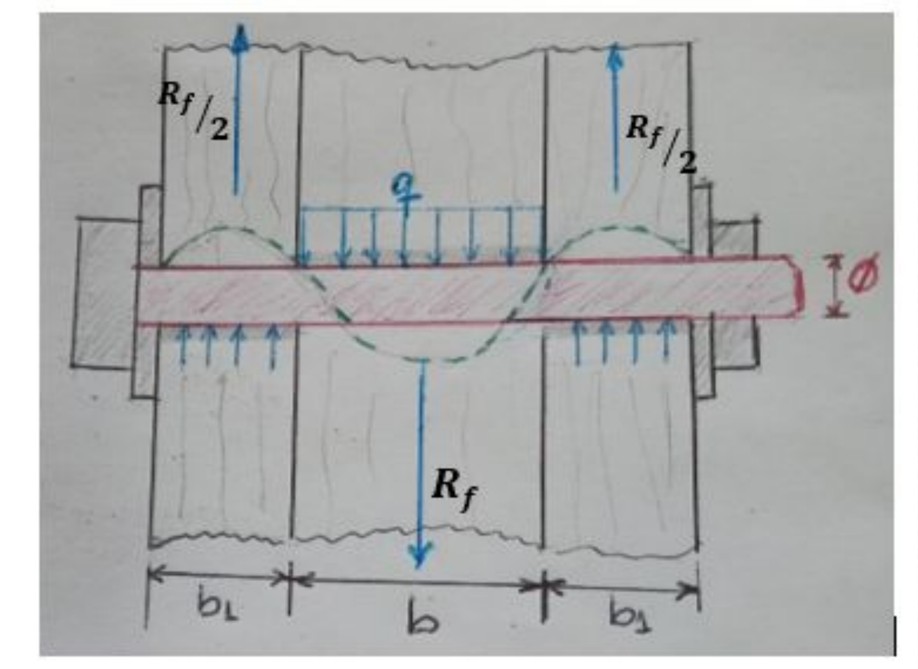
$$\tau_{/\!/} = \frac{F}{2tb} \leq \bar{\tau}_{/\!/}$$

$$\mathbf{F \leq 2tb\bar{\tau}_{/\!/}}$$

Si se tienen 3 pernos (o tarugos) debemos poner **3F,** para poder usar **F** en la fórmula y si se tienen 4 pernos debemos poner **4F,** y así sucesivamente para poder usar **F** en la fórmula, esto es por el hecho de suponer de que cada perno absorbe igual carga **F** **(es una hipótesis simplificatoria).**

3. RESISTENCIA A LA FLEXIÓN DE LOS PERNOS

La flexión es uno de los fenómenos que más ocurre en los pernos, por eso siempre se debe verificar.



$$R_f = qb \cdots\cdots (\mathbf{1})$$

$$M_{fmax} = \frac{qb^2}{8} \cdots\cdots (\mathbf{2})$$

$$\sigma_{fa} = \frac{M_{fmax}}{W} \leq \bar{\sigma}_{fa}$$

$$\therefore\ M_{fmax} = W\bar{\sigma}_{fa} \cdots\cdots (\mathbf{3})$$

$$W = \frac{\pi \emptyset^3}{32} \cdots\cdots (\mathbf{4})$$

$(\mathbf{4})\ en\ (\mathbf{3})$:

$$M_{fmax} = \frac{\pi \emptyset^3}{32}\,\bar{\sigma}_{fa} \cdots\cdots (\mathbf{2'})$$

$(\mathbf{2}) = (\mathbf{2'})$:

$$\frac{\boldsymbol{qb^2}}{\cancel{\mathbf{8}}} = \frac{\boldsymbol{\pi \emptyset^3}}{\cancel{\mathbf{32}}_{\mathbf{4}}}\boldsymbol{\bar{\sigma}_{f_a}}$$

$$q * b * b = \frac{\pi \emptyset^3}{4}\,\bar{\sigma}_{fa} \cdots\cdots (\mathbf{1'})$$

$(\mathbf{1})\ en\ (\mathbf{1'})$:

$$R_f b = \frac{\pi \emptyset^3}{4}\,\bar{\sigma}_{fa}$$

$$\therefore \boldsymbol{R_f} = \frac{\boldsymbol{\pi \emptyset^3}}{4\boldsymbol{b}}\boldsymbol{\bar{\sigma}_{fa}}$$

Debemos comparar $\boldsymbol{R_{ap}}$ y $\boldsymbol{R_f}$ y tomar el menor de ellos, para dividir la carga actuante $\boldsymbol{F}$ por el menor de ellos para darnos el número de pernos a utilizar, es decir:

$$\boldsymbol{N^{o}_{pernos} = \frac{F}{R <}}$$

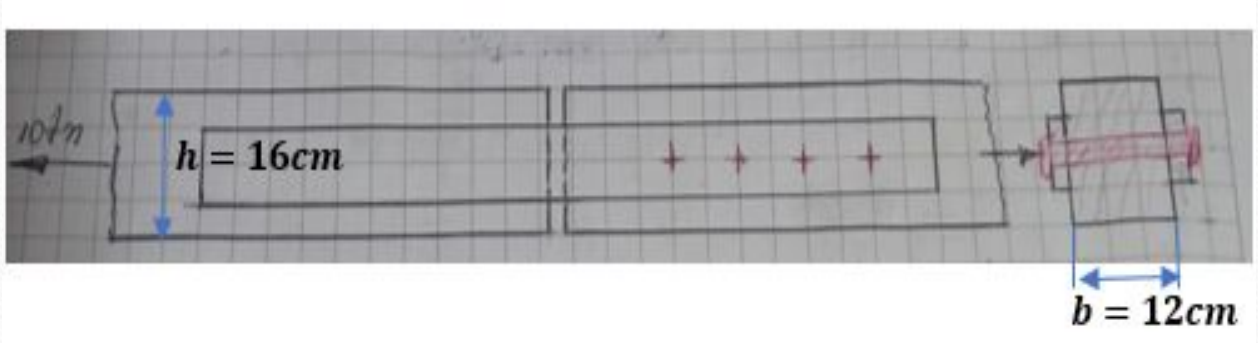
Por ejemplo, si $\boldsymbol{F = 9.000\,kg}$, $\boldsymbol{R_{ap} = 2.000\,kg}$ y $\boldsymbol{R_f = 1.500\,kg}$; entonces:

$$N^{o}_{pernos} = \frac{F}{R <} = \frac{F}{R_f} = \frac{9.000\,kg}{1.500\,kg}$$

$$\boldsymbol{\therefore N^{o}_{pernos} = 6}$$

PROBLEMA 3

El cordón inferior de una armadura de madera de 12 cm x 16 cm de sección, tiene que empalmarse para resistir una fuerza de tracción de 10 Tn, por medio de bridas de hierro y con pernos de $\emptyset = 1\left(\frac{1}{4}\right)''$. Determinar el número de pernos necesarios y la separación de los mismos para realizar el empalme, sabiendo que: $\boldsymbol{\overline{\sigma}_{fa} = 1.400\ kg/cm^2}$,
$\boldsymbol{\overline{\sigma}_{ap/\!/} = 90\ kg/cm^2}$ y $\boldsymbol{\overline{\tau}_{/\!/} = 17\ kg/cm^2}$



1. DETERMINACIÓN DE RESISTENCIA AL APLASTAMIENTO DE LA MADERA CONTRA EL PERNO (Rap)

$$\boldsymbol{R_{ap} \leq b\emptyset\bar{\sigma}_{/\!/}}$$

$$R_{ap} = b\emptyset\bar{\sigma}_{c/\!/} = 12\ cm * 1{,}25'' * 2.54\ cm/'' * 90\ kg/cm^2$$

$$\boldsymbol{R_{ap} = 3.429\ kg \cdots\cdots (1)}$$

2. DETERMINACIÓN DE RESISTENCIA A LA FLEXIÓN DE LOS PERNOS R_f

$$\boldsymbol{R_f = \frac{\pi}{4}\bar{\sigma}_{fa}\frac{\emptyset^3}{b}}$$

$$R_f = \frac{\pi}{4} * 1.400\ kg/cm^2 * \frac{\left(1{,}25'' * 2{,}54\ cm/''\right)^3}{12\ cm}$$

$$\boldsymbol{R_f = 2.933\ kg \cdots\cdots (2)}$$

De $(\mathbf{1})$ $\boldsymbol{y}$ $(\mathbf{2})$ concluimos que:

$\boldsymbol{R_f} < \boldsymbol{R_{ap}} \Rightarrow$ que debemos tomar el valor de $\boldsymbol{R_f}$ para hallar el número de pernos, es decir:

$$N^o_{pernos} = \frac{F}{R_f} = \frac{10.000}{2.933}$$

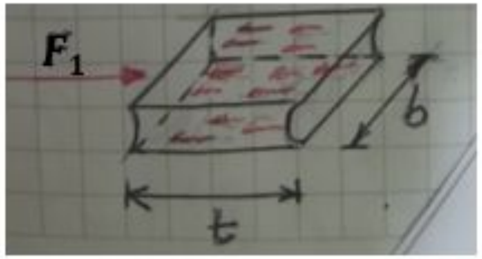
$$\boldsymbol{N^o_{pernos} = 3,41}$$

$$\therefore \boldsymbol{N^o_{pernos} = 4} \textbf{ (a cada lado de la pieza central)}$$

En total debemos disponer 8 pernos para realizar el empalme.

3. DETERMINACIÓN DE LA SEPARACIÓN "t" DE LOS PERNOS A PARTIR DE LA RESISTENCIA AL CORTE PARALELA A LAS FIBRAS

Cada perno soporta una fuerza:



$$F_1 = \frac{F}{4} = \frac{10.000\ kg}{4}$$

$$\boldsymbol{F_1 = 2.500\ kg}$$

$$\boldsymbol{F_1 = 2tb\bar{\tau}_{/\!/}}$$

$$t \geq \frac{F_1}{2b\bar{\tau}_{/\!/}} = \frac{2.500\ kg}{2 * 12 * 17}$$

$$\boldsymbol{t \geq 6,13\ cm \cdots\cdots (1)}$$

Por norma $t \geq 4\emptyset = 4 * 1{,}25'' * 2{,}54\ cm/''$

$$\boldsymbol{t \geq 12,7\ cm \cong 13\ cm \cdots\cdots (1)'}$$

De $\mathbf{(1)}$ y $\mathbf{(1)}$**’** concluimos que:

$$\boldsymbol{t = 13\ cm}$$

- En el último perno antes del empalme (extremo de una de las piezas) la distancia al borde debe ser por norma $\geq \boldsymbol{5\emptyset = 15,875\ cm}$ se adopta $\boldsymbol{16\ cm}$.

- En lo posible hay que tratar que las distancias sean múltiplo de 5, entonces tendríamos: $\boldsymbol{t = 15\ cm}$ y distancia al borde $\boldsymbol{20\ cm}$.

DATOS TÉCNICOS DE ALGUNAS MADERAS

MADERA

NOMBRE COMUN	PESO ESPECIFICO Kg/m^3	MODULO DE ELASTICIDAD Kg/cm^2	TRACCION	COMPRESION		FLEXION	CORTE	
				⊥	//		⊥	//
QUEBRACHO COLORADO	1.260	113.000	90	70	85	120	47	20
URUNDEY-MI	1200	116.000	120	40	80	120	45	16
LAPACHO NEGRO	1000	158.000	120	40	90	120	52	17
CEDRO	500	55.000	35	49	35	40	22	11
LAPACHO AMARILLO	810	134.000	120	40	90	120	52	17
YBYRÁ PYTÁ	850	96.000	60	17	50	60	34	13

ESTRUCTURAS DE MADERAS

PRÁCTICA

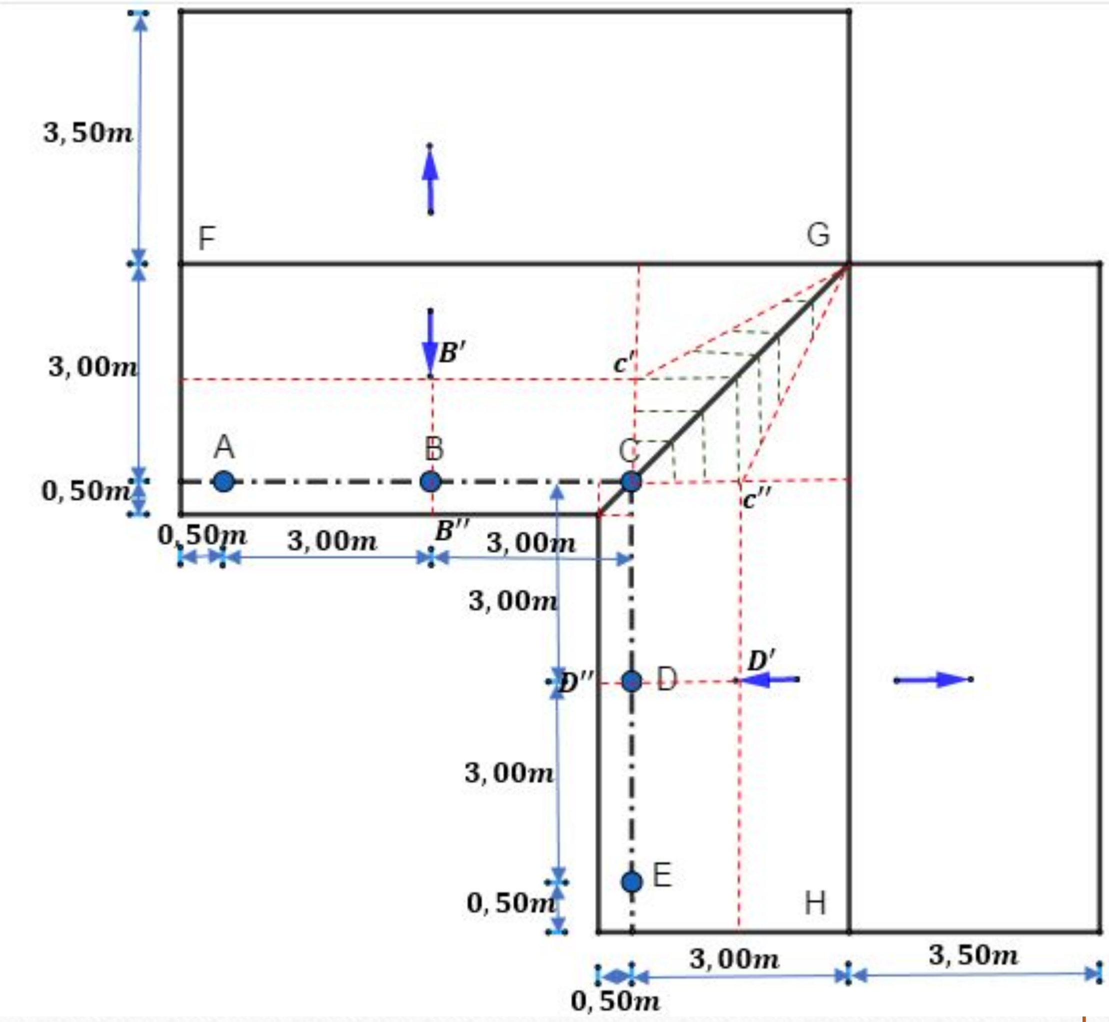
TEMA 1

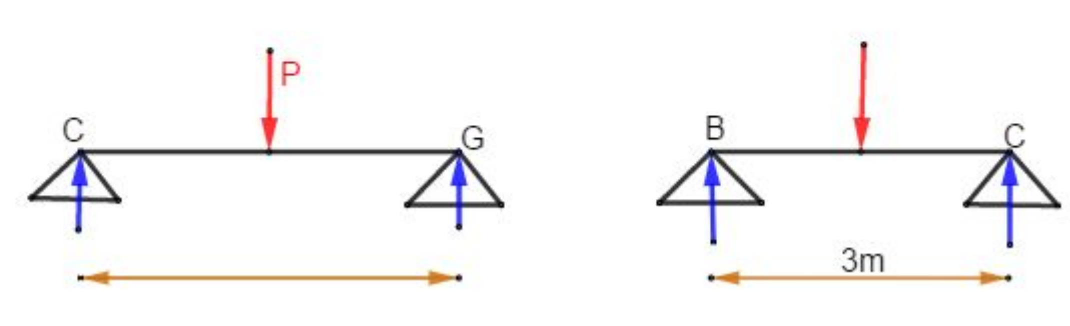
La planta de techo indicada en la figura tiene un peso en planta de **175 kg/cm²**.

AB; BC; CD y **DE** son vigas de madera apoyadas sobre pilares de madera; la cumbrera **FG** y **GH,** y demás partes del techo apoyan sobre paredes y las flechas en azul indica el sentido de la pendiente (o caída) del techo y consecuentemente el sentido de escurrimiento de las aguas de lluvias.

Determinar:

1) La carga actuante sobre la **viga CG (Limahoya)** y su punto de aplicación, realizando el diagrama de cuerpo libre correspondiente.
2) La carga actuante sobre el **pilar C.**





Las vigas **BC** y **DC** son equivalentes por tener igual longitud e igual carga, por lo tanto, las reacciones que ejercen sobre el pilar C son iguales.

$$P = 175\,\frac{kg}{m^2} * A_{CC'C''G} = 175\,\frac{kg}{m^2} * \left(\frac{1}{2} * 3 * 3 - \frac{1}{2} * 3 * 1{,}5\right) * 2\,m^2$$

$$\boldsymbol{P = 787{,}5\ kg}$$

$$P_1 = 175\,\frac{kg}{m^2} * 2 * 3\,m^2$$

$$\boldsymbol{P_1 = 1.050\ kg}$$

$$R_{Pilar\ C} = \frac{P}{2} + \frac{P_1}{2} * 2 - 175 * 0{,}5^2$$

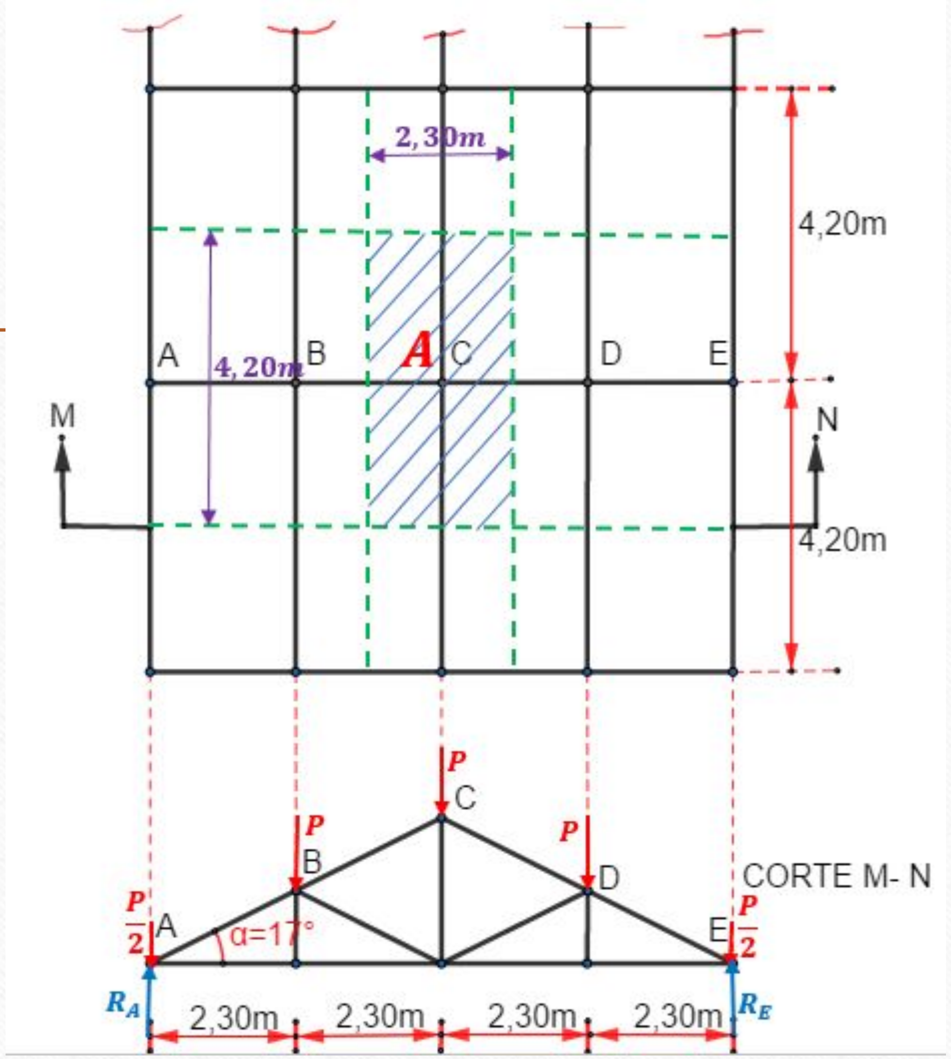
$$R_{Pilar\ C} = \frac{787{,}5}{2} + 1.050 - 43{,}75$$

$$\boldsymbol{R_{Pilar\ C} = 1.400\ kg}$$

TEMA 2

Determinar el valor de la carga en cada nudo de la cabriada de lapacho de la estructura de techo indicada en la figura, con los siguientes datos:

1) Separación entre cabriadas: 4,20 m
2) Tejas coloniales: 2,4 kg/unidad, consumo 26 unid/m^2
3) Tejuelas: 0,9 kg/unidad, consumo 30 unid/m^2
4) Alfajías: Sección 1" x 3", consumo 4 m/m^2, peso específico 1.000 kg/m^3
5) Tirantes: Sección 2" x 5", consumo 1,25 m/m^2, peso específico 1.000 kg/m^3
6) Mortero: 17 kg/m^2
7) Membrana: 1,30 kg/m^2
8) Infiltración de agua: 10 kg/m^2
9) Considerar influencia del viento para $\alpha = 17°$: 15 kg/m^2



COMO SE DIMENSIONA UNA PIEZA SOMETIDA A COMPRESIÓN

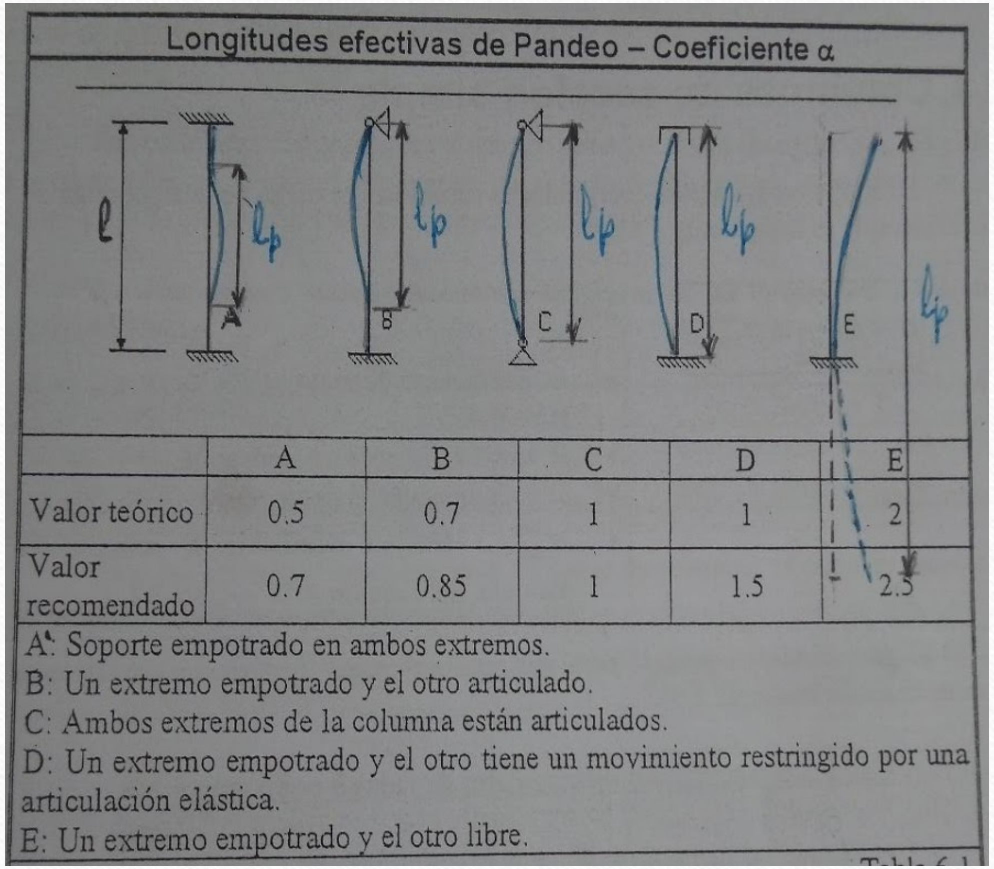
Utilizaremos el proceso $\boldsymbol{\omega}$

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\omega} * \frac{\boldsymbol{P}}{\boldsymbol{A}}$$

Donde:

- $\boldsymbol{\omega}$ es un coeficiente corrector de pandeo que aumenta la carga en esa misma proporción, es f(ʎ) y siempre está tabulado.
- **ʎ** se llama esbeltez del elemento o pieza y es igual:

$$ʎ = \frac{\boldsymbol{l_p}}{\boldsymbol{i_{min}}}$$



Longitudes efectivas de Pandeo – Coeficiente α

	A	B	C	D	E
Valor teórico	0.5	0.7	1	1	2
Valor recomendado	0.7	0.85	1	1.5	2.5

A: Soporte empotrado en ambos extremos.
B: Un extremo empotrado y el otro articulado.
C: Ambos extremos de la columna están articulados.
D: Un extremo empotrado y el otro tiene un movimiento restringido por una articulación elástica.
E: Un extremo empotrado y el otro libre.

Donde:

- $\boldsymbol{l_p}$ es longitud de pandeo y es función de la longitud de la pieza "l" y de las condiciones de los vínculos de los extremos de la pieza o elemento comprimido, es decir: $\boldsymbol{l_p = \alpha * l}$

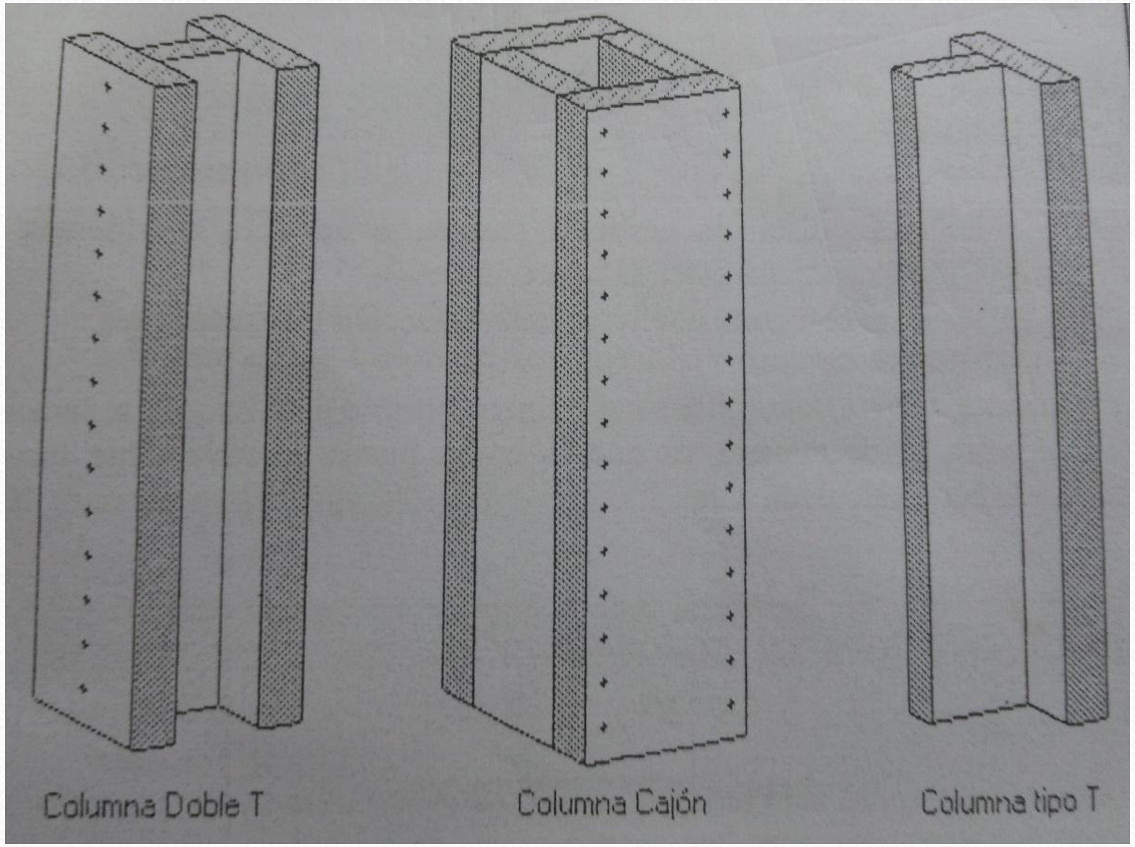
- $\boldsymbol{i_{min}}$ radio de giro mínimo de la sección del elemento comprimido

$$\boldsymbol{i_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{A}}}$$

Donde:

- $\boldsymbol{I_{min}}$ es la inercia mínima de la sección.
- $\boldsymbol{A}$ es área de la sección.

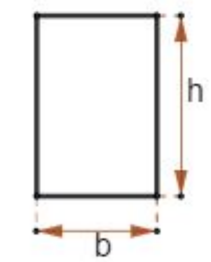
Nosotros utilizaremos el método de **DOMKE** que es destinado para el dimensionamiento de columnas rectas de secciones simples y sometidas a cargas de compresión centrada.



Cuando se trata de columnas de secciones compuestas, el método de DOMKE no es aplicable, lo cual veremos oportunamente como se trata.

MÉTODO DE DOMKE

Consideremos que la sección de la columna sea un rectángulo de base **b** y altura **h**.



El método de DOMKE, consiste en dar primero a ω el valor 1**,** es decir un $\boldsymbol{\omega_o = 1}$

$$\sigma = \omega_o \frac{P}{A} \leq \bar{\sigma}_{c/\!/}$$

Donde P es la carga aplicada al elemento comprimido y por lo tanto es dato.

$$\bar{\sigma}_{c/\!/} \geq 1 \frac{P}{A_o}$$

$$A_0 = \frac{P}{\bar{\sigma}_{c/\!/}} \cdots\cdots \mathbf{(1)}$$

Se establece una relación entre $\boldsymbol{h}$ $\boldsymbol{y}$ $\boldsymbol{b}$ que va desde **1 a 1,5**.

Por ejemplo:

$$\frac{h}{b} = 1{,}5$$

$$h = 1{,}5 * b \cdots\cdots (\mathbf{2})$$

$$A_0 = b * h \cdots\cdots (\mathbf{3})$$

$(\mathbf{2})\ en\ (\mathbf{3})$:

$$A_0 = 1{,}5 * b^2 \cdots\cdots (\mathbf{1})'$$

$(\mathbf{1})' en\ (\mathbf{1})$:

$$1{,}5 * b^2 = \frac{P}{\bar{\sigma}_{c/\!/}}$$

$$b = \sqrt{\frac{P}{1{,}5 * \bar{\sigma}_{c/\!/}}} \cdots\cdots (\mathbf{4})$$

$(\mathbf{4}\ )\ en\ (\mathbf{2})\ y\ se\ tiene\ \boldsymbol{h}$

Teniendo $\boldsymbol{b}$ y $\boldsymbol{h}$ se calcula un primer radio de giro mínimo $\boldsymbol{i_1}$ y se calcula un $\boldsymbol{\lambda_1}$:

$$i_1 = \sqrt{\frac{I_{min}}{A_0}} = \sqrt{\frac{h * b^3}{12 * b * h}} = b * \sqrt{\frac{1}{12}} = 0{,}289 * b$$

$$\lambda_1 = \frac{l_p}{i_1}$$

Con el valor de $\boldsymbol{\lambda_1}$ se entra en la tabla de DOMKE y se halla un primer $\boldsymbol{\omega_1}$ y en consecuencia calculamos una $\boldsymbol{A_1}$ (nueva área de la sección):

$$\overset{1}{\cancel{\omega_0}} \frac{\cancel{P}}{A_0} = \omega_1 \frac{\cancel{P}}{A_1} = \bar{\sigma}_{c/\!/}$$

Con $\boldsymbol{A_1}$ calculamos un nuevo $\boldsymbol{b}$ y un nuevo $\boldsymbol{h}$:

$$A_1 = b * h = 1{,}5 * b^2$$

$$b = \frac{A_1}{h} = \sqrt{\frac{A_1}{1{,}5}}$$

Se adopta una sección comercial:

Calculamos un nuevo λ_2 entramos nuevamente en la tabla de DOMKE, hallamos un nuevo $\boldsymbol{\omega_2}$ y luego hallamos el $\boldsymbol{\sigma}$ de trabajo con la sección adoptada, es decir:

$$\sigma_{trabajo} = \omega_2 * \frac{p}{A_{adoptada}} \leq \overline{\sigma}_{c/\!/}$$

Tabla de Domke para pandeo en maderas

λ_0	ω_i	λ_0	ω_i	λ_0	ω_i	λ_0	ω_i
5,05	1,02	106,86	2,03	257,65	4,46	536,44	9,29
10,20	1,04	111,58	2,10	262,08	4,54	548,92	9,51
12,30	1,05	116,11	2,16	270,42	4,68	561,18	9,72
16,47	1,06	120,96	2,23	274,90	4,76	573,81	9,94
20,78	1,08	126,15	2,31	283,92	4,92	592,87	10,27
24,12	1,10	131,13	2,38	292,72	5,07	612,08	10,60
27,52	1,12	136,45	2,46	301,87	5,23	631,75	10,94
30,96	1,14	144,56	2,58	311,10	5,39	651,85	11,29
33,39	1,16	147,30	2,62	320,39	5,55	672,11	11,64
37,09	1,19	150,05	2,66	329,76	5,71	692,82	12,00
40,87	1,22	155,60	2,74	339,48	5,88	713,68	12,36
44,90	1,26	161,21	2,82	344,22	5,96	734,99	12,73
47,70	1,29	164,33	2,87	354,05	6,13	756,45	13,10
50,55	1,32	170,04	2,95	364,24	6,31	778,36	13,48
54,81	1,36	176,68	3,06	374,20	6,48	800,71	13,87
57,98	1,40	183,68	3,18	384,52	6,66	823,22	14,26
61,20	1,44	187,20	3,24	400,14	6,93	845,88	14,65
64,48	1,48	191,03	3,31	410,63	7,11	868,99	15,05
67,81	1,52	198,46	3,44	421,49	7,30	892,55	15,46
71,19	1,56	202,05	3,50	432,41	7,49	908,24	15,73
74,63	1,60	209,58	3,63	443,41	7,68	932,34	16,15
78,12	1,64	217,18	3,76	454,47	7,87	956,60	16,57
81,90	1,69	225,13	3,90	465,89	8,07	981,01	16,99
85,99	1,75	233,16	4,04	477,38	8,27	1005,87	17,42
91,74	1,82	237,20	4,11	488,93	8,47	1031,17	17,86
95,98	1,88	245,32	4,25	506,40	8,77	1056,63	18,30
100,28	1,94	249,42	4,32	524,31	9,08	1082,53	18,75

Tabla 6.5

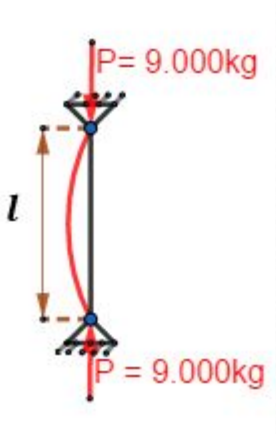
ESTRUCTURAS DE MADERAS

PRÁCTICA

EJEMPLO

Dimensionar por el método de DOMKE la siguiente columna sometida a una carga **P = 9.000 kg** como se indica en la figura, con los siguientes datos:

$$\bar{\sigma}_{c/\!/} = 120\ kg/cm^2;\ l = 2,5m$$



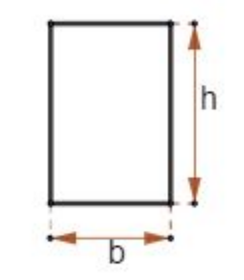


Tabla de Domke para pandeo en maderas

λ_0	ω_i	λ_0	ω_i	λ_0	ω_i	λ_0	ω_i
5,05	1,02	106,86	2,03	257,65	4,46	536,44	9,29
10,20	1,04	111,58	2,10	262,08	4,54	548,92	9,51
12,30	1,05	116,11	2,16	270,42	4,68	561,18	9,72
16,47	1,06	120,96	2,23	274,90	4,76	573,81	9,94
20,78	1,08	126,15	2,31	283,92	4,92	592,87	10,27
24,12	1,10	131,13	2,38	292,72	5,07	612,08	10,60
27,52	1,12	136,45	2,46	301,87	5,23	631,75	10,94
30,96	1,14	144,56	2,58	311,10	5,39	651,85	11,29
33,39	1,16	147,30	2,62	320,39	5,55	672,11	11,64
37,09	1,19	150,05	2,66	329,76	5,71	692,82	12,00
40,87	1,22	155,60	2,74	339,48	5,88	713,68	12,36
44,90	1,26	161,21	2,82	344,22	5,96	734,99	12,73
47,70	1,29	164,33	2,87	354,05	6,13	756,45	13,10
50,55	1,32	170,04	2,95	364,24	6,31	778,36	13,48
54,81	1,36	176,68	3,06	374,20	6,48	800,71	13,87
57,98	1,40	183,68	3,18	384,52	6,66	823,22	14,26
61,20	1,44	187,20	3,24	400,14	6,93	845,88	14,65
64,48	1,48	191,03	3,31	410,63	7,11	868,99	15,05
67,81	1,52	198,46	3,44	421,49	7,30	892,55	15,46
71,19	1,56	202,05	3,50	432,41	7,49	908,24	15,73
74,63	1,60	209,58	3,63	443,41	7,68	932,34	16,15
78,12	1,64	217,18	3,76	454,47	7,87	956,60	16,57
81,90	1,69	225,13	3,90	465,89	8,07	981,01	16,99
85,99	1,75	233,16	4,04	477,38	8,27	1005,87	17,42
91,74	1,82	237,20	4,11	488,93	8,47	1031,17	17,86
95,98	1,88	245,32	4,25	506,40	8,77	1056,63	18,30
100,28	1,94	249,42	4,32	524,31	9,08	1082,53	18,75

Tabla 6.5

DATOS

$$\bar{\sigma}_{c/\!/} = 120\ kg/cm^2;\ l = 2{,}5\ m; P = 9.000\ kg$$

DESARROLLO

$$\sigma = \omega_0 \frac{P}{A} \leq \bar{\sigma}_{c/\!/}$$

$$\bar{\sigma}_{c/\!/} \geq \omega_0 \frac{P}{A_0}$$

$$A_0 = \omega_0 \frac{P}{\bar{\sigma}_{c/\!/}} \cdots\cdots (\mathbf{1})$$

Para $\omega_0 = 1$; tenemos de $(\mathbf{1})$ que:

$$A_0 = \frac{9.000\ kg}{120\ kg/cm^2} \Rightarrow A_0 = 75\ cm^2 \cdots\cdots (\mathbf{2})$$

$$A_0 = b * h \cdots\cdots (\mathbf{3})$$

$$h = 1,5 * b \cdots\cdots (\mathbf{4})$$

$(\mathbf{4})\ y\ (\mathbf{2})\ en\ (\mathbf{3})$

$$75\ cm^2 = 1,5 * b^2$$

$$b^2 = 50\ cm^2$$

$b = 7,07\ cm\ en\ (\mathbf{4})$

$$h = 10,61\ cm$$

$$i_{1min} = 0,289 * b$$

$$i_{1min} = 2,04\ cm;\ lp = l$$

$$\lambda_1 = \frac{lp}{i_{1min}} = \frac{250}{2,04} \Rightarrow \boldsymbol{\lambda_1 = 122,5}$$

Entramos a la tabla de DOMKE y no encontramos el valor de $\boldsymbol{\lambda_1 = 122,5}$ pero si encontramos λ = 120,96 al cual corresponde un ω=2,23 y λ = 126,15 al cual corresponde un ω=2,31; entonces debemos interpolar para hallar el valor de $\boldsymbol{\omega_1}$ que corresponde a $\boldsymbol{\lambda_1 = 122,5}$

$$\text{P/ } \lambda = 120{,}96 \Rightarrow \omega = 2{,}23$$

$$\text{P/ } \lambda = 126{,}15 \Rightarrow \omega = 2{,}31$$

$$\text{P/ } \lambda_1 = 122{,}5 \Rightarrow \omega_1 = ?$$

$$\therefore \Delta\lambda = 5{,}19 \Rightarrow \Delta\omega = 0{,}08$$

$$\Delta\lambda_1 = 1{,}54 \Rightarrow \Delta\omega_1 = ?$$

$$\Delta\omega_1 = \frac{1{,}54 * 0{,}08}{5{,}19} = 0{,}024$$

$$\therefore \text{ para } \lambda_1 = 122{,}5 \Rightarrow \omega_1 = 2{,}23 + 0{,}024 \Rightarrow \boldsymbol{\omega_1 = 2,254}$$

$$\boldsymbol{A_1} = \omega_1 * A_0 = 2{,}254 * 75 = \boldsymbol{169,05\ cm^2}$$

$$A_1 = b * h = 1{,}5 * b^2 = 169{,}05$$

$$b^2 = \frac{169{,}05}{1{,}5}$$

$$\boldsymbol{b = 10{,}62\ cm;\ h = 15{,}93\ cm}$$

$$\boldsymbol{b_1} = 10{,}62/2{,}54 = 4{,}18'';\ \boldsymbol{adoptamos\ b = 5''}$$

$$\boldsymbol{h_1} = 15{,}93/2{,}54 = 6{,}27'';\ \boldsymbol{adoptamos\ h = 7''}$$

Hallamos un λ_2

$$i_{2min} = 0{,}289 * b = 0{,}289 * 12{,}5 \Rightarrow \boldsymbol{i_{2min} = 3{,}6125}$$

$$\lambda_2 = \frac{lp}{i_{2min}} = \frac{250}{3{,}6125} \Rightarrow \boldsymbol{\lambda_2 = 69{,}20}$$

Entramos nuevamente a la tabla de DOMKE y no encontramos el valor de $\boldsymbol{\lambda_2 = 69,20}$ pero si encontramos $\lambda = 67,81$ y $\lambda = 71,19$; entonces procedemos nuevamente a interpolar para hallar $\boldsymbol{\omega_2}$.

$$\text{P/ } \lambda = 67,81 \Rightarrow \omega = 1,52$$

$$\text{P/ } \lambda = 71,19 \Rightarrow \omega = 1,56$$

$$\text{P/ } \lambda_2 = 69,20 \Rightarrow \omega_2 = ?$$

$$\therefore \Delta\lambda = 3,38 \Rightarrow \Delta\omega = 0,04$$

$$\Delta\lambda_2 = 1,39 \Rightarrow \Delta\omega_2 = ?$$

$$\Delta\omega_2 = \frac{1,39 * 0,04}{3,38} = 0,02$$

$$\therefore \text{ para } \lambda_2 = 69,20 \Rightarrow \omega_2 = 1,52 + 0,02 \Rightarrow \boldsymbol{\omega_2 = 1,54}$$

$$\sigma_{trabajo} = \omega_2 * \frac{P}{A_{adoptada}} \leq \bar{\sigma}_{c/\!/}$$

$$\sigma_{trabajo} = 1{,}54 * \frac{9.000\ kg}{12{,}5 * 17{,}5\ cm^2} = 63{,}36\ kg/cm^2 \ll \bar{\sigma}_{c/\!/} = 120\ kg/cm^2$$

¡¡¡VERIFICA!!!

$\therefore$ la sección adoptada es $\boldsymbol{b * h = 5'' * 7''}$

Aquí se puede probar con una sección de 4x7 o 4x6 y aproximarse a $\boldsymbol{\sigma_{trabajo} = 100\ kg/cm^2}$ y buscar un equilibrio entre la economía y la seguridad.

REPASO DE LA MEMORIA DE CÁLCULO UTILIZANDO LA TABLA DE DOMKE

Suponiendo que queremos dimensionar una columna de sección rectangular y los datos que se conocen son la longitud de pandeo $\boldsymbol{l_p}$, la carga de compresión **P** y la relación de los lados de la sección, por ejemplo, **h = 1,5*b**; entonces seguimos el siguiente procedimiento:

1. Adoptamos $\boldsymbol{\omega_0 = 1}$ y calculamos: $\boldsymbol{A_0 = \omega_0 * \frac{P}{\bar{\sigma}_{c/\!/}}}$
2. Con $\boldsymbol{A_0}$ calculado, se halla $\boldsymbol{h_0}$ y $\boldsymbol{b_0}$, luego calculamos el radio de giro mínimo de la sección $\boldsymbol{i_{1min} = 0,289 * b_0}$ y seguidamente se calcula: $\lambda_1 = \frac{\boldsymbol{lp}}{\boldsymbol{i_{1min}}}$
3. Con el valor hallado de λ_1 entramos en la tabla de DOMKE para hallar $\boldsymbol{\omega_1}$ y si no se encuentra se interpola.

4. Se aplica la fórmula $\boldsymbol{A_1 = \omega_1 * A_0}$

5. Para el área calculado $\boldsymbol{A_1}$ se calcula $\boldsymbol{b_1}$ y $\boldsymbol{h_1}$ y consecuentemente λ_2 y $\boldsymbol{\omega_2}$.

6. Finalmente se comprueba la tensión de trabajo: $\boldsymbol{\sigma_{trabajo} = \omega_2 * \frac{P}{A_{adoptada}} \leq \overline{\sigma}_{c/\!/}}$

7. Si se cumple que $\boldsymbol{\sigma_{trabajo} \leq \overline{\sigma}_{c/\!/}}$, se adopta $\boldsymbol{b_1}$ y $\boldsymbol{h_1}$ como sección de la pieza comprimida ($\boldsymbol{b_1}$ y $\boldsymbol{h_1}$ debe ser una sección comercial).

Cuando se trate de columnas de secciones compuestas (T; doble T; cajón; etc.) no podrá realizarse el dimensionamiento con la fórmula de DOMKE, utilizaremos otras fórmulas empíricas que veremos si el tiempo nos permite.

FUNDAMENTOS SOBRE PANDEO DE COLUMNAS COMPRIMIDAS

El pandeo es la pérdida instantánea de la estabilidad lateral que se produce ante determinadas relaciones de carga axial y esbeltez del elemento. Se pueden observar dos condiciones límites:

- Un elemento demasiado corto que colapsa por aplastamiento y tensión límite del material, sin pérdida de estabilidad lateral.
- Un elemento excesivamente largo que colapsa con una carga bastante menor a la rotura del material, al producirse un cambio repentino de su configuración recta inicial y que produce en la columna solicitaciones no previstas, que provocan el colapso por pandeo elástico.

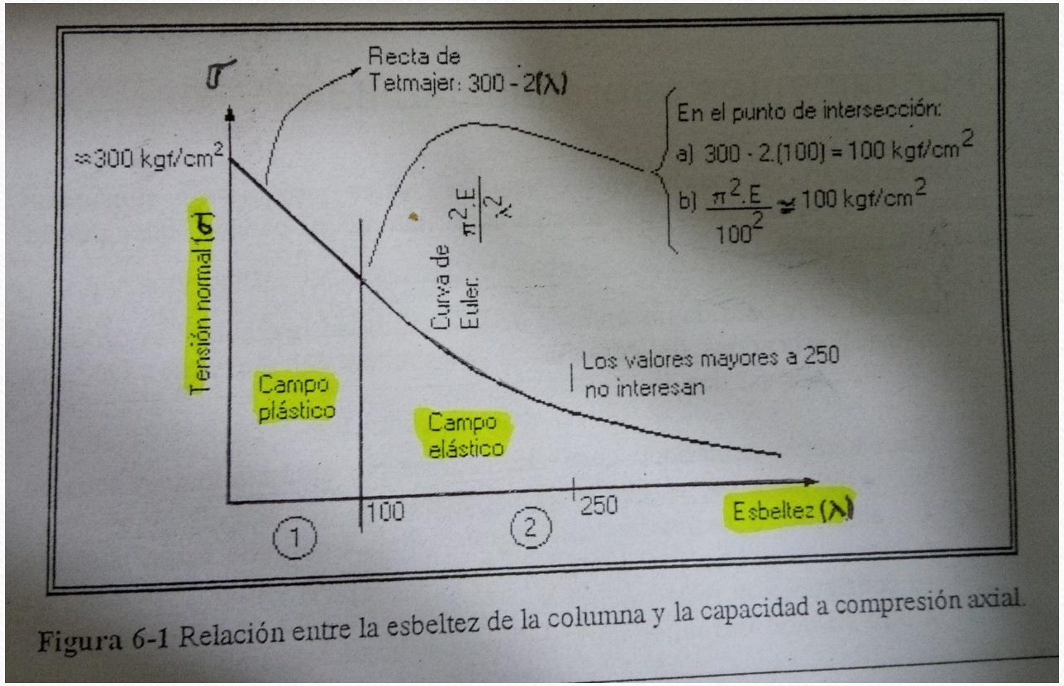


Figura 6-1 Relación entre la esbeltez de la columna y la capacidad a compresión axial.

Una pieza de sección circular o rectangular, sometida a esfuerzos de compresión y con un comportamiento lineal, entrará en un estado de equilibrio inestable con posibilidades de pandear cuando la carga de compresión alcance el valor de:

$$P_{cri} = \frac{\pi^2 * E * I}{{l_p}^2} \cdots\cdots \mathbf{(1)}$$

Obteniéndose la tensión crítica de Euler de la siguiente manera:

$$\sigma_k = \frac{P_{cri}}{A} \cdots\cdots \mathbf{(2)}$$

$\mathbf{(1)}\ en\ \mathbf{(2)}$:

$$\sigma_k = \frac{\pi^2 * E * I}{{l_p}^2 A} \cdots\cdots \mathbf{(3)}$$

$${i_{min}}^2 = \frac{I}{A} \cdots\cdots \mathbf{(4)}$$

$\mathbf{(4)}\ en\ \mathbf{(3)}$:

$$\sigma_k = \frac{\pi^2 * E * {i_{min}}^2}{{l_p}^2} \cdots\cdots \mathbf{(5)}$$

$$\lambda = \frac{l_p}{i_{min}} \cdots\cdots \mathbf{(6)}$$

$$\boldsymbol{\sigma_k = \frac{\pi^2 * E}{\lambda^2}}$$

Donde:

- $\boldsymbol{\sigma_k}$: se conoce como tensión crítica de Euler.
- $\boldsymbol{P_{cri}}$: carga crítica de Euler.
- $\boldsymbol{E}$: módulo de elasticidad longitudinal de la pieza comprimida.
- $\boldsymbol{I}$: momento de inercia mínimo de la sección transversal de la pieza.
- $\boldsymbol{l_p}$: longitud de pandeo, que depende del tipo de articulación de los extremos de la pieza comprimida.
- $\boldsymbol{A}$: área de la sección transversal de la pieza.
- $\boldsymbol{i_{min}}$: radio de giro mínimo que es igual a: $\sqrt{\frac{I}{A}}$
- λ: esbeltez mecánica de la pieza que es igual a: l_p/i_{min}

Considerando la fórmula de la tensión crítica $\boldsymbol{\sigma_k}$, podría escribirse ahora un valor para la tensión admisible:

$$\boldsymbol{\sigma_{k\ trabajo} = \frac{\sigma_k}{\gamma}}$$

Donde:

- $\boldsymbol{\sigma_{k\ trabajo}}$: la tensión admisible de trabajo.
- $\boldsymbol{\gamma}$: coeficiente de seguridad ≈3,5.
- $\boldsymbol{\sigma_k} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$

Como $\boldsymbol{\sigma_k}$ depende de la esbeltez λ y esta es una referencia variable, resulta entonces que $\boldsymbol{\sigma_{k\ trabajo}}$ tampoco será constante. Como nuestro objetivo es tener una tensión que se mantenga invariable sin importar la esbeltez λ de la pieza, se relaciona a $\boldsymbol{\sigma_{k\ trabajo}}$ con $\boldsymbol{\bar{\sigma}_{c/\!/}}$ que es de valor constante, a través de un coeficiente de mayoración de carga, obteniéndose la siguiente relación:

$$\sigma_{k\ trabajo} * \omega \leq \bar{\sigma}_{c/\!/} \cdots\cdots (*)$$

$$\sigma_{k\ trabajo} = \frac{P}{A} \cdots\cdots (*)'$$

$(*)\ en\ (*)'$:

$$\frac{P}{A} * \omega \leq \bar{\sigma}_{c/\!/}$$

$$A \geq \omega * \frac{P}{\bar{\sigma}_{c/\!/}}$$

En esto consiste el proceso $\boldsymbol{\omega}$ y como puede observarse es un coeficiente de mayoración de carga.

Concluyendo podemos decir que, para determinar la capacidad de carga de una columna de sección simple ya sea rectangular o circular se procede de la siguiente manera:

1. Para columnas cuadradas o rectangulares de sección bxh con h≥b se aplica: $\boldsymbol{\sigma_c = \omega * \frac{P}{A} \leq \bar{\sigma}_{c/\!/}}$

2. Para columnas de sección circular de diámetro ∅, se aplica la misma fórmula.

Las columnas de sección circular y cuadradas que tengan la misma área transversal, soportarán idénticas cargas axiales porque tienen la misma rigidez.

Determinar la columna de sección circular, consiste en calcularla como cuadrada y luego calcular el diámetro de la columna, tal que las áreas transversales de ambas columnas sean iguales y que viene dado por la siguiente relación:

$$\emptyset = \mathbf{1,128} * \boldsymbol{b} \Longrightarrow \boldsymbol{b} = \mathbf{0,886} * \emptyset$$

El valor de $\boldsymbol{\omega}$ se saca de la siguiente tabla:

Coeficientes ω_l para pandeo en maderas

λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1,00	1,00	1,01	1,01	1,02	1,02	1,02	1,03	1,03	1,04
10	1,04	1,04	1,05	1,05	1,06	1,06	1,06	1,07	1,07	1,08
20	1,08	1,09	1,09	1,10	1,11	1,11	1,12	1,13	1,13	1,14
30	1,15	1,16	1,17	1,18	1,19	1,20	1,21	1,22	1,24	1,25
40	1,26	1,27	1,29	1,30	1,32	1,33	1,35	1,36	1,38	1,40
50	1,42	1,44	1,46	1,48	1,50	1,52	1,54	1,56	1,58	1,60
60	1,62	1,64	1,67	1,69	1,72	1,75	1,77	1,80	1,82	1,85
70	1,88	1,91	1,94	1,97	2,00	2,03	2,06	2,10	2,13	2,16
80	2,20	2,23	2,27	2,31	2,35	2,38	2,42	2,46	2,50	2,54
90	2,58	2,62	2,66	2,70	2,74	2,78	2,82	2,87	2,91	2,95
100	3,00	3,06	3,12	3,18	3,24	3,31	3,37	3,44	3,50	3,57
110	3,63	3,70	3,76	3,83	3,90	3,97	4,04	4,11	4,18	4,25
120	4,32	4,39	4,46	4,54	4,61	4,68	4,76	4,84	4,92	4,99
130	5,07	5,15	5,23	5,30	5,39	5,47	5,55	5,63	5,71	5,80
140	5,88	5,96	6,05	6,13	6,22	6,31	6,39	6,48	6,57	6,66
150	6,75	6,84	6,93	7,02	7,11	7,21	7,30	7,39	7,49	7,58
160	7,68	7,78	7,87	7,97	8,07	8,17	8,27	8,37	8,47	8,57
170	8,67	8,77	8,88	8,98	9,08	9,19	9,29	9,40	9,51	9,61
180	9,72	9,83	9,94	10,05	10,16	10,27	10,38	10,49	10,60	10,72
190	10,83	10,94	11,06	11,17	11,29	11,41	11,52	11,64	11,76	11,88
200	12,00	12,12	12,24	12,36	12,48	12,61	12,73	12,85	12,98	13,10
210	13,23	13,36	13,48	13,61	13,74	13,87	14,00	14,13	14,26	14,32
220	14,52	14,65	14,79	14,92	15,05	15,19	15,32	15,46	15,60	15,73
230	15,87	16,01	16,15	16,29	16,43	16,57	16,71	16,85	16,99	17,11
240	17,28	17,42	17,57	17,71	17,86	18,01	18,15	18,30	18,45	18,66
250	18,75									

<u>OBSERVACIÓN</u>: La norma DIN 1052 permite llegar en barras comprimidas de una sola pieza, hasta un valor de $\boldsymbol{\lambda}$ de **150** y, para secciones compuestas, **hasta 175**. Grados de esbeltez mayores se permiten en barras traccionadas que ocasionalmente pudieran quedar comprimidas; de todos modos, no se puede superar el valor de **200**.

ESTRUCTURAS DE MADERAS

PRÁCTICA

SOLUCIONES PARA LOS NUDOS DE LAS CABRIADAS (ENCASTRE O ENSAMBLE)

1. **NUDOS EXTREMOS (A Y C)**

a. **<u>UNIÓN POR DIENTES SIMPLES:</u>**

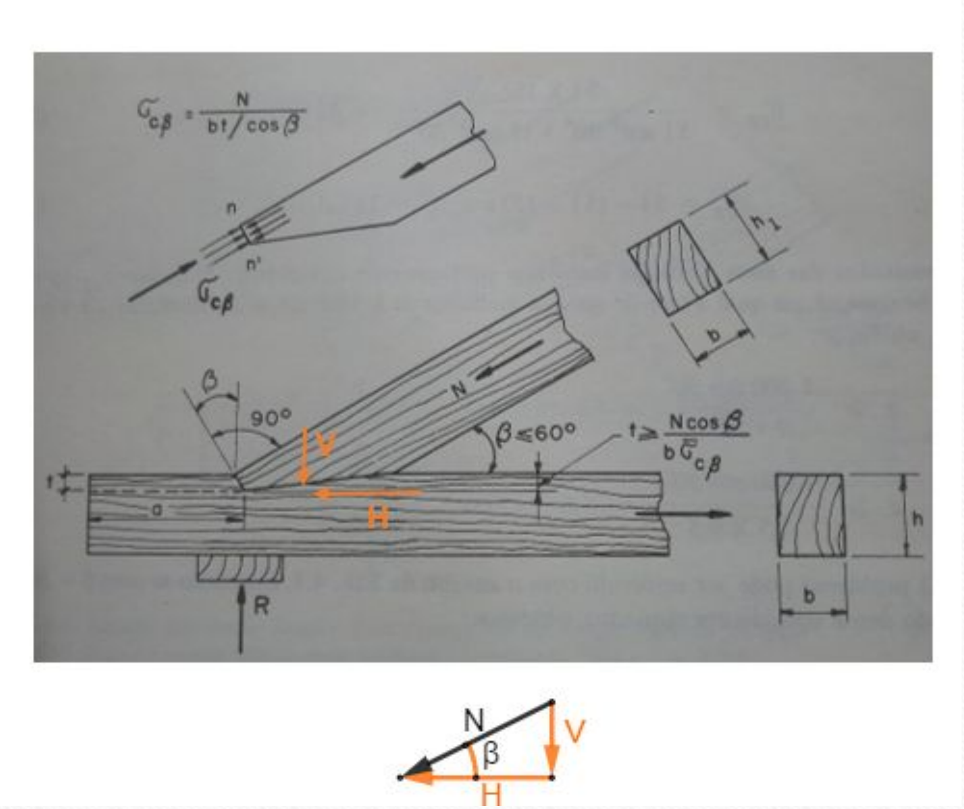
a.1. La cara frontal del apoyo se corta en escuadra con el eje de la diagonal

De acuerdo a la NORMA ALEMANA:

$$t \le \frac{h}{4} \; cuando \; \beta < 50^{\circ}$$

$$t \le \frac{h}{6} \; cuando \; 50^{\circ} < \beta < 60^{\circ}$$

$$t < \frac{h}{6} \; cuando \; \beta > 60^{\circ}$$



Las NORMAS permiten un valor de **a=25 cm como máximo** y los elementos de fijación son pernos de $\emptyset = (\mathbf{1/2})''$

Nuestro objetivo será determinar los valores de $\boldsymbol{t}$ y $\boldsymbol{a}$ y que esos valores estén dentro de los que establecen las normas.

Como se determina "$\boldsymbol{t}$"

Designamos por $\boldsymbol{A_{nn'}}$ el área de la cara nn' entonces:

$$A_{nn'} = b * \overline{nn}' \cdots\cdots (\mathbf{1})$$

$$\overline{nn}' = \frac{t}{cos\beta} \cdots\cdots (\mathbf{2})$$

$(\mathbf{2})\ en\ (\mathbf{1})$:

$$A_{nn'} = b * \frac{t}{cos\beta} \cdots\cdots (\mathbf{3})$$

$$\sigma_{c\beta} = \frac{N}{A_{nn'}} \leq \bar{\sigma}_{c\beta} \cdots\cdots (\mathbf{4})$$

$(\mathbf{3})$ en $(\mathbf{4})$:

$$\frac{N * cos\beta}{b * t} \leq \bar{\sigma}_{c\beta}$$

$$t \geq \frac{N * cos\beta}{b * \bar{\sigma}_{c\beta}} \cdots\cdots (*)$$

Aquí debemos comparar si el "$\boldsymbol{t}$" obtenido en $(*)$ está comprendido dentro la norma de acuerdo al valor de $\boldsymbol{\beta}$; sino está comprendido, aumentamos el número de barbilla o diente (las normas permite hasta tres barbillas o dientes).

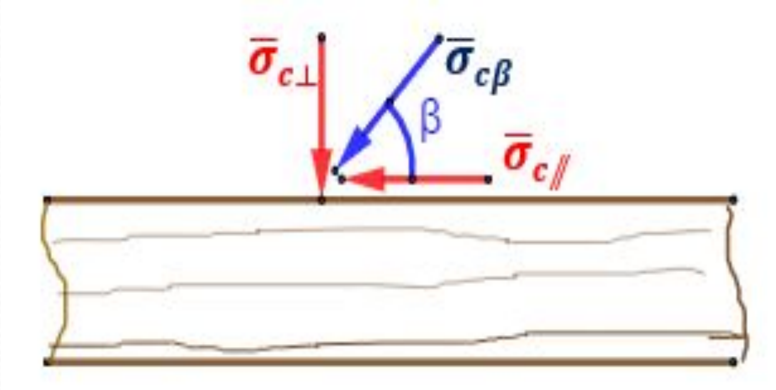
$$t \leq \frac{h}{4}\ cuando\ \beta < 50^{o}$$
$$t \leq \frac{h}{6}\ cuando\ 50^{o} < \beta < 60^{o}$$
$$t < \frac{h}{6}\ cuando\ \beta > 60^{o}$$

Pero para hallar el valor de "$\boldsymbol{t}$" en $(*)$ nos falta hallar el valor de $\boldsymbol{\bar{\sigma}_{c\beta}}$ que está dado por una de las siguientes fórmulas:

$$\boxed{\bar{\sigma}_{c\beta} = \frac{\bar{\sigma}_{c/\!/} * \bar{\sigma}_{c\perp}}{\bar{\sigma}_{c/\!/} * sen^2\beta + \bar{\sigma}_{c\perp} * cos^2\beta}} \cdots\cdots (\mathbf{1})$$

FÓRMULA EMPÍRICA DE HANKINSON

La **NORMA ALEMANA DIN** adopta otra fórmula empírica más simple, que prácticamente es equivalente a la de **HANKINSON** y es la siguiente:



$$\boxed{\boldsymbol{\bar{\sigma}_{c\beta} = \bar{\sigma}_{c/\!/} - \left(\bar{\sigma}_{c/\!/} - \bar{\sigma}_{c\perp}\right) * sen\beta}} \cdots\cdots (2)$$

El menor de los valores obtenidos en $(\mathbf{1})$ y $(\mathbf{2})$ se lleva en $(*)$ y se determina "$\boldsymbol{t}$"

Como se determina "$\boldsymbol{a}$"

$$\tau = \frac{H}{A_c} \leq \bar{\tau}_{c/\!/}$$

$$Ac \geq \frac{H}{\bar{\tau}_{c/\!/}} \cdots\cdots (\mathbf{1})$$

$$H = N * cos\beta \cdots\cdots (\mathbf{2})$$

$$Ac = a * b \cdots\cdots (\mathbf{3})$$

$(\mathbf{2})\ y\ (\mathbf{3})\ en\ (\mathbf{1})$:

$$a * b \geq \frac{N * cos\beta}{\bar{\tau}_{c/\!/}}$$

$$a\ \geq \frac{N * cos\beta}{b * \bar{\tau}_{c/\!/}}$$

$\boldsymbol{a}\ \leq \mathbf{25\ cm}\ de\ acuerdo\ a\ NORMA$

VERIFICACIÓN A LA TRACCIÓN

$$\sigma_{t/\!/} = \frac{N_1}{A_u} \leq \bar{\sigma}_{t/\!/}$$

$$\sigma_{t/\!/} = \frac{N_1}{b * (h - t)} \leq \bar{\sigma}_{t/\!/}$$

EJEMPLO

Resolver el nudo por diente simple como se indica en la figura con los siguientes datos:

$N = 1.200\,kg$

$N_1 = 1.039\,kg$

$b = 7{,}5\,cm$

$h = 22{,}5\,cm$

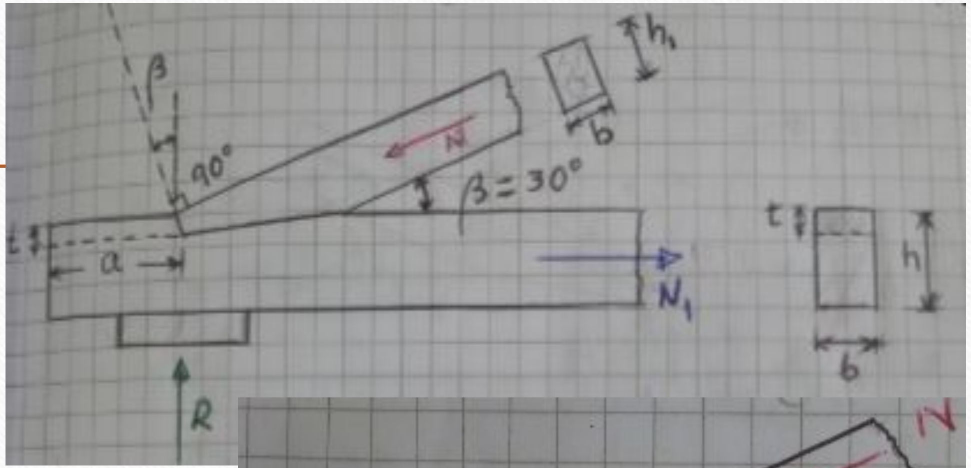
$\beta = 30^o$

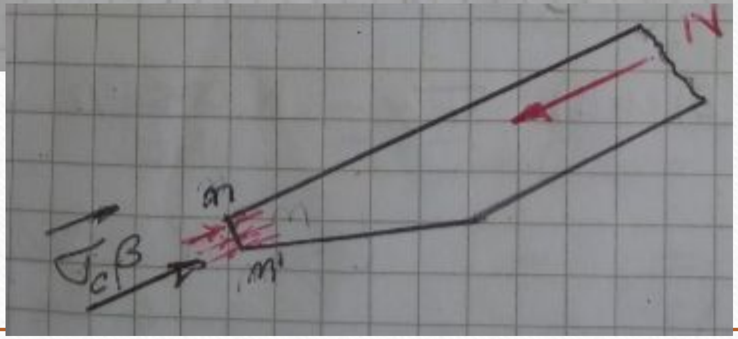
$\bar{\sigma}_{c/\!/} = 51\,kg/cm^2$

$\bar{\sigma}_{c\perp} = 15\,kg/cm^2$

$\bar{\tau}_{/\!/} = 9{,}5\,kg/cm^2$

$\bar{\sigma}_{t/\!/} = 70\,kg/cm^2$





CÁLCULO DE "t"

$$t \geq \frac{N * cos\beta}{b * \overline{\sigma}_{c\beta}} \cdots\cdots (\Delta)$$

$$\overline{\sigma}_{c\beta} = \frac{\overline{\sigma}_{c/\!/} * \overline{\sigma}_{c\perp}}{\overline{\sigma}_{c/\!/} * sen^2\beta + \overline{\sigma}_{c\perp} * cos^2\beta} = \frac{51 * 15}{51 * sen^2 30^o + 15 * cos^2 30^o}$$

$$\overline{\sigma}_{c\beta} = \ 32 \ \ kg/cm^2 \ seg\text{ú}n \ HANKINSON \cdots\cdots (*)$$

$$\overline{\sigma}_{c\beta} = \overline{\sigma}_{c/\!/} - \left(\overline{\sigma}_{c/\!/} - \overline{\sigma}_{c\perp}\right) * sen\beta = 51 - (51 - 15) * sen30^o$$

$$\overline{\sigma}_{c\beta} = 33 \, kg/cm^2 \ \ seg\text{ú}n \ NORMA \ DIN \cdots\cdots (*)'$$

De $(*)$ y $(*)'$ concluimos que debemos llevar el valor dado por $(*)$ en (Δ) para obtener el mayor valor de "t" posible.

$$t \geq \frac{1.200 * cos30^{o}}{7{,}5 * 32}$$

$$\boldsymbol{t \geq 4{,}3\ cm}$$

Adoptamos $\boldsymbol{t = 4{,}5\ cm}$

$$t \ \leq \frac{h}{4}\ cuando\ \beta < 50^{0}$$

$$\boldsymbol{t} \leq \frac{22{,}5}{4}$$

$$\boldsymbol{t = 4{,}5\ cm < 5{,}625\ cm}$$

¡VERIFICA!

CÁLCULO DE "$\boldsymbol{a}$"

$$a \geq \frac{N * cos\beta}{b * \bar{\tau}_{c/\!/}}$$

$$a \geq \frac{1.200 * cos30^{o}}{7,5 * 9,5}$$

$$\boldsymbol{a \geq 14,6\ cm}$$

$$\boldsymbol{a \leq 25\ cm\ de\ acuerdo\ a\ NORMA}$$

Adoptamos $\boldsymbol{a = 15\ cm < 25\ cm}$ **¡VERIFICA!**

VERIFICACIÓN A LA TRACCIÓN

$$\sigma_{t/\!/} = \frac{N_1}{A_u} \leq \bar{\sigma}_{t/\!/}$$

$$\sigma_{t/\!/} = \frac{N_1}{b * (h - t)} = \frac{1.039}{7,5 * (22,5 - 4,5)} \leq \bar{\sigma}_{t/\!/} = 51\, kg/cm^2$$

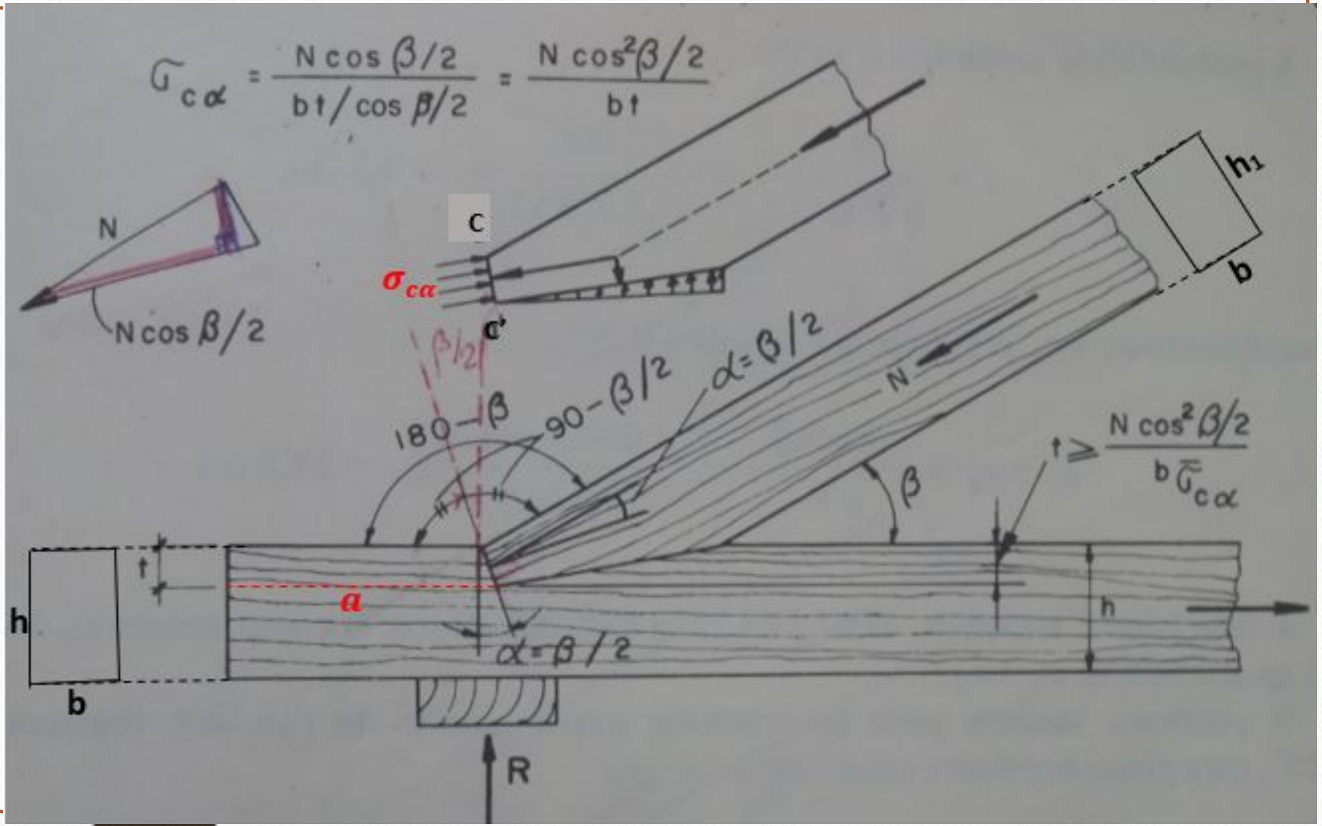
$\boldsymbol{\sigma_{t/\!/} = 7,7\, kg/cm^2 < \bar{\sigma}_{t/\!/} = 51\, kg/cm^2}$ **¡VERIFICA!**

SOLUCIONES PARA LOS NUDOS DE LAS CABRIADAS (ENCASTRE O ENSAMBLE)

1. **NUDOS EXTREMOS (A Y C)**

a. **<u>UNIÓN POR DIENTES SIMPLES:</u>**

a.2. La cara frontal de apoyo se corta según la bisectriz del ángulo $180^0 - \beta$



CÁLCULO DE "$\boldsymbol{t}$"

$$\sigma_{c\alpha} = \frac{N * cos(\beta/2)}{A_{c\alpha}} \cdots\cdots (\mathbf{1})$$

$$A_{c\alpha} = b * cc' \cdots\cdots (\mathbf{2})$$

$$cc^{'} = \frac{t}{cos(\beta/2)} \cdots\cdots (\mathbf{3})$$

$(\mathbf{3})$ en $(\mathbf{2})$:

$$A_{c\alpha} = \frac{b * t}{cos(\beta/2)} \cdots\cdots (\mathbf{4})$$

$(\mathbf{4})$ en $(\mathbf{1})$:

$$\sigma_{c\alpha} = \frac{N * cos^2(\beta/2)}{b * t} \leq \bar{\sigma}_{c\alpha} \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{t} \geq \frac{\boldsymbol{N * cos^2\ (\beta/2)}}{\boldsymbol{b * \bar{\sigma}_{c\alpha}}} \cdots\cdots (\Delta)}$$

$$\overline{\boldsymbol{\sigma}}_{\boldsymbol{c\alpha}} = \frac{\overline{\boldsymbol{\sigma}}_{\boldsymbol{c}/\!/} * \overline{\boldsymbol{\sigma}}_{\boldsymbol{c}\perp}}{\overline{\boldsymbol{\sigma}}_{\boldsymbol{c}/\!/} * \boldsymbol{sen}^2(\boldsymbol{\beta}/2) + \overline{\boldsymbol{\sigma}}_{\boldsymbol{c}\perp} * \boldsymbol{cos}^2(\boldsymbol{\beta}/2)} \cdots\cdots (*) \Rightarrow \boldsymbol{F\acute{O}RMULA\ DE\ HANKINSON}$$

$$\overline{\boldsymbol{\sigma}}_{\boldsymbol{c\alpha}} = \overline{\boldsymbol{\sigma}}_{\boldsymbol{c}/\!/} - \left(\overline{\boldsymbol{\sigma}}_{\boldsymbol{c}/\!/} - \overline{\boldsymbol{\sigma}}_{\boldsymbol{c}\perp}\right) * \boldsymbol{sen}(\boldsymbol{\beta}/\boldsymbol{2}) \cdots\cdots (*)' \Rightarrow \boldsymbol{seg\acute{u}n\ NORMA\ ALEMANA\ DIN}$$

El menor de los valores obtenidos en $(*)$ y $(*)'$ se lleva en (Δ) y se determina "$\boldsymbol{t}$".

$$t \leq \frac{h}{4}\ cuando\ \beta < 50^{o}$$

$$t \leq \frac{h}{6}\ cuando\ 50^{o} < \beta < 60^{o}$$

$$t < \frac{h}{6}\ cuando\ \beta > 60^{o}$$

CÁLCULO DE "$\boldsymbol{a}$"

$$\tau = \frac{H}{A_c} \leq \bar{\tau}_{c/\!/}$$

$$Ac \geq \frac{H}{\bar{\tau}_{c/\!/}} \cdots\cdots (\mathbf{1})$$

$$H = N * cos\beta \cdots\cdots (\mathbf{2})$$

$$Ac = a * b \cdots\cdots (\mathbf{3})$$

$(\mathbf{2})\ y\ (\mathbf{3})\ en\ (\mathbf{1})$:

$$ab \geq \frac{N * cos\beta}{\bar{\tau}_{c/\!/}} \Rightarrow \boldsymbol{a} \ \geq \frac{\boldsymbol{N * cos\beta}}{\boldsymbol{b * \bar{\tau}_{c/\!/}}} \leq \mathbf{25}\ \boldsymbol{cm}$$

VERIFICACIÓN A LA TRACCIÓN

$$\sigma_{t/\!/} = \frac{N_1}{A_u} \leq \ \bar{\sigma}_{t/\!/} \quad \Rightarrow \ \boldsymbol{\sigma_{t/\!/}} = \frac{\boldsymbol{N_1}}{\boldsymbol{b * (h - t)}} \leq \boldsymbol{\bar{\sigma}_{t/\!/}}$$

EJEMPLO

Resolver el nudo por diente simple cuando la cara frontal del apoyo se corta según la bisectriz del ángulo $\mathbf{180^0 - \beta}$ con los siguientes datos:

$N = 1.200\ kg$

$N_1 = 1.039\ kg$

$b = 7{,}5\ cm$

$h = 22{,}5\ cm$

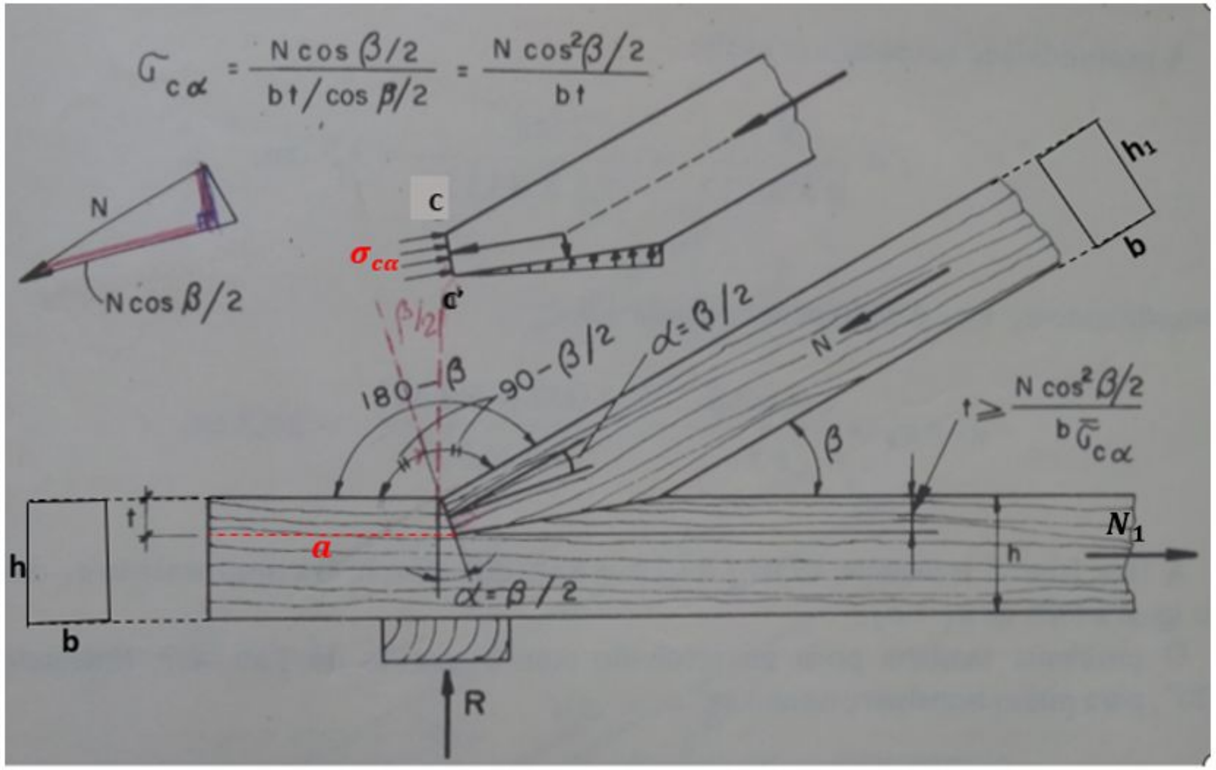
$\beta = 30^o$

$\bar{\sigma}_{c/\!/} = 51\ kg/cm^2$

$\bar{\sigma}_{c\perp} = 15\ kg/cm^2$

$\bar{\tau}_{/\!/} = 9{,}5\ kg/cm^2$

$\bar{\sigma}_{t/\!/} = 70\ kg/cm^2$



CÁLCULO DE "t"

$$t \geq \frac{N * cos^2(\beta/2)}{b * \overline{\sigma}_{c\alpha}} \cdots\cdots (\mathbf{1})$$

$$\overline{\sigma}_{c\alpha} = \frac{\overline{\sigma}_{c/\!/} * \overline{\sigma}_{c\perp}}{\overline{\sigma}_{c/\!/} * sen^2(\beta/2) + \overline{\sigma}_{c\perp} * cos^2(\beta/2)} = \frac{51 * 15}{51 * sen^2 15^o + 15 * cos^2 15^o}$$

$$\overline{\sigma}_{c\alpha} = 43{,}94 \ kg/cm^2 \ \textit{según HANKINSON} \cdots\cdots (\mathbf{2})$$

$$\overline{\sigma}_{c\alpha} = \overline{\sigma}_{c/\!/} - \left(\overline{\sigma}_{c/\!/} - \overline{\sigma}_{c\perp}\right) * sen(\beta/2) = 51 - (51 - 15) * sen 15^o$$

$$\overline{\sigma}_{c\beta} = 42 \ kg/cm^2 \ \textit{según NORMA DIN} \cdots\cdots (\mathbf{3})$$

De $(\mathbf{2})$ y $(\mathbf{3})$ concluimos que $\boldsymbol{\overline{\sigma}_{c\alpha} = 42\, kg/cm^2}$ en $(\mathbf{1})$:

$$t \geq \frac{1.200 * cos^2 15^o}{7{,}5 * 42}$$

$$t \geq 3{,}55 \ cm < \frac{h}{4} = \frac{22{,}5}{4} = 5{,}625 \ cm$$

Adoptamos $\boxed{\boldsymbol{t = 4\ cm}}$

CÁLCULO DE "$\boldsymbol{a}$"

$$a \geq \frac{N * cos\beta}{b * \bar{\tau}_{c/\!/}} \leq 25\ cm$$

$$a \geq \frac{1.200 * cos30^{o}}{7,5 * 9,5} = 14,6\ cm \ll 25\ cm$$ **¡VERIFICA!**

Adoptamos $\boxed{\boldsymbol{a = 15\ cm}}$

VERIFICACIÓN A LA TRACCIÓN

$$\sigma_{t/\!/} = \frac{N_1}{A_u} \leq \bar{\sigma}_{t/\!/}$$

$$\sigma_{t/\!/} = \frac{N_1}{b * (h - t)} = \frac{1.039}{7,5 * (22,5 - 4)} \leq \bar{\sigma}_{t/\!/} = 51\ kg/cm^2$$

$$\boldsymbol{\sigma_{t/\!/} = 7,5\ kg/cm^2 < \bar{\sigma}_{t/\!/} = 51\ kg/cm^2}$$

¡VERIFICA!

ESTRUCTURAS DE MADERAS

PRÁCTICA

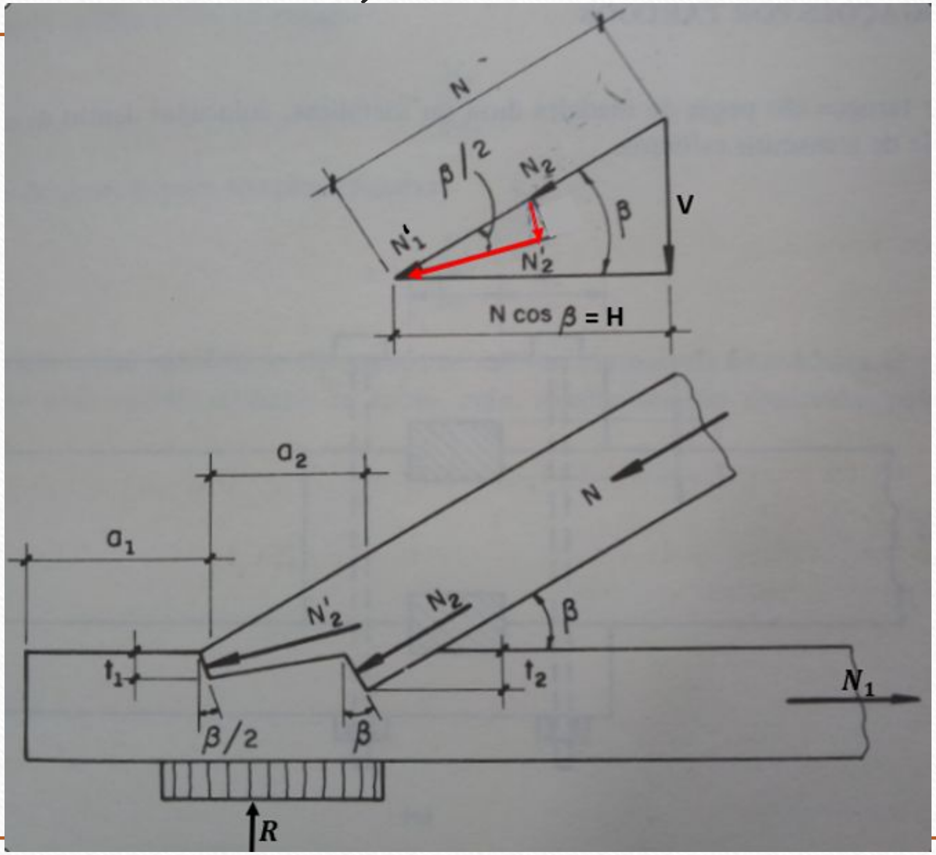
SOLUCIONES PARA LOS NUDOS DE LAS CABRIADAS (ENCASTRE O ENSAMBLE)

1. **NUDOS EXTREMOS (A Y C)**

b. <u>UNIÓN POR DIENTES DOBLES:</u>

Es decir, cuando se tiene dos caras frontales de apoyos, los dientes pueden ser cortados en escuadra o según la bisectriz, pudiendo también presentar profundidades $(\boldsymbol{t})$ iguales o diferentes.

b.1. Cuando las profundidades $(t_1 = t_2)$ de los dientes son iguales y se cortan; una cara según la bisectriz y la otra en escuadra



$$t_1 = t_2 = t$$

$$\bar{\sigma}_{c\beta/2} = \frac{\bar{\sigma}_{c/\!/} * \bar{\sigma}_{c\perp}}{\bar{\sigma}_{c/\!/} * sen^2(\beta/2) + \bar{\sigma}_{c\perp} * cos^2(\beta/2)} \cdots\cdots (\Delta_1)\ HANKINSON$$

$$\bar{\sigma}_{c\beta/2} = \bar{\sigma}_{c/\!/} - \left(\bar{\sigma}_{c/\!/} - \bar{\sigma}_{c\perp}\right) * sen(\beta/2) \cdots\cdots (\Delta_2)\ DIN$$

El menor de los valores dados entre (Δ_1) y (Δ_2) se toma como $\bar{\boldsymbol{\sigma}}_{c\beta/2}$

$$\bar{\sigma}_{c\beta} = \frac{\bar{\sigma}_{c/\!/} * \bar{\sigma}_{c\perp}}{\bar{\sigma}_{c/\!/} * sen^2\beta + \bar{\sigma}_{c\perp} * cos^2\beta} \cdots\cdots (\Delta_3)$$

$$\bar{\sigma}_{c\beta} = \bar{\sigma}_{c/\!/} - \left(\bar{\sigma}_{c/\!/} - \bar{\sigma}_{c\perp}\right) * sen\beta \cdots\cdots (\Delta_4)$$

El menor de los valores dados entre (Δ_3) y (Δ_4) se toma como $\bar{\boldsymbol{\sigma}}_{c\beta}$

$$\bar{\sigma}_{c\beta/2} = \frac{N'_1 * os(\beta/2)}{b * \frac{t}{cos(\beta/2)}} = \frac{N'_1 * cos^2(\beta/2)}{b * t}$$

$$N'_1 = \frac{b * t * \bar{\sigma}_{c\beta/2}}{cos^2(\beta/2)} \cdots\cdots (\Delta_1)$$

$$\bar{\sigma}_{c\beta} = \frac{N_2}{b * \frac{t}{cos\beta}} = \frac{N_2 * cos\beta}{b * t}$$

$$N_2 = \frac{b * t * \bar{\sigma}_{c\beta}}{cos\beta} \cdots\cdots (\Delta_2)$$

$(\boldsymbol{\Delta_1}) + (\boldsymbol{\Delta_2})$:

$$N'_1 + N_2 = N = b * t\left(\frac{\bar{\sigma}_{c\beta}}{cos\beta} + \frac{\bar{\sigma}_{c\beta/2}}{cos^2(\beta/2)}\right)$$

$$\frac{N}{b * t} = \frac{\bar{\sigma}_{c\beta}}{cos\beta} + \frac{\bar{\sigma}_{c\beta/2}}{cos^2(\beta/2)} \cdots\cdots (\delta_1)$$

$$\frac{\bar{\sigma}_{c\beta}}{cos\beta} = \bar{\sigma}'_{c\beta} \cdots\cdots (\delta_2)$$

$$\frac{\bar{\sigma}_{c\beta/2}}{cos^2(\beta/2)} = \bar{\sigma}'_{c\beta/2} \cdots\cdots (\delta_3)$$

$(\boldsymbol{\delta}_2)$ y $(\boldsymbol{\delta}_3)$ en $(\boldsymbol{\delta}_1)$:

$$\frac{N}{b * t} = \bar{\sigma}'_{c\beta} + \bar{\sigma}'_{c\beta/2} \cdots\cdots (*)$$

$$\bar{\sigma}'_{c\beta} + \bar{\sigma}'_{c\beta/2} = \bar{\sigma}_{total} \cdots\cdots (*)'$$

$(*)'$ en $(*)$:

$$\frac{N}{b * t} = \bar{\sigma}_{total} \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{t = \frac{N}{b * \bar{\sigma}_{total}}}}$$

$$t \leq \frac{h}{4}\ cuando\ \beta < 50^{o}$$

$$t \leq \frac{h}{6}\ cuando\ 50^{o} < \beta < 60^{o}$$

$$t < \frac{h}{6}\ cuando\ \beta > 60^{o}$$

$$\boxed{\boldsymbol{a}_1 + \boldsymbol{a}_2 \geq \frac{\boldsymbol{N * cos\beta}}{\boldsymbol{b * \bar{\tau}_{/\!/}}}}$$

Luego se realiza:

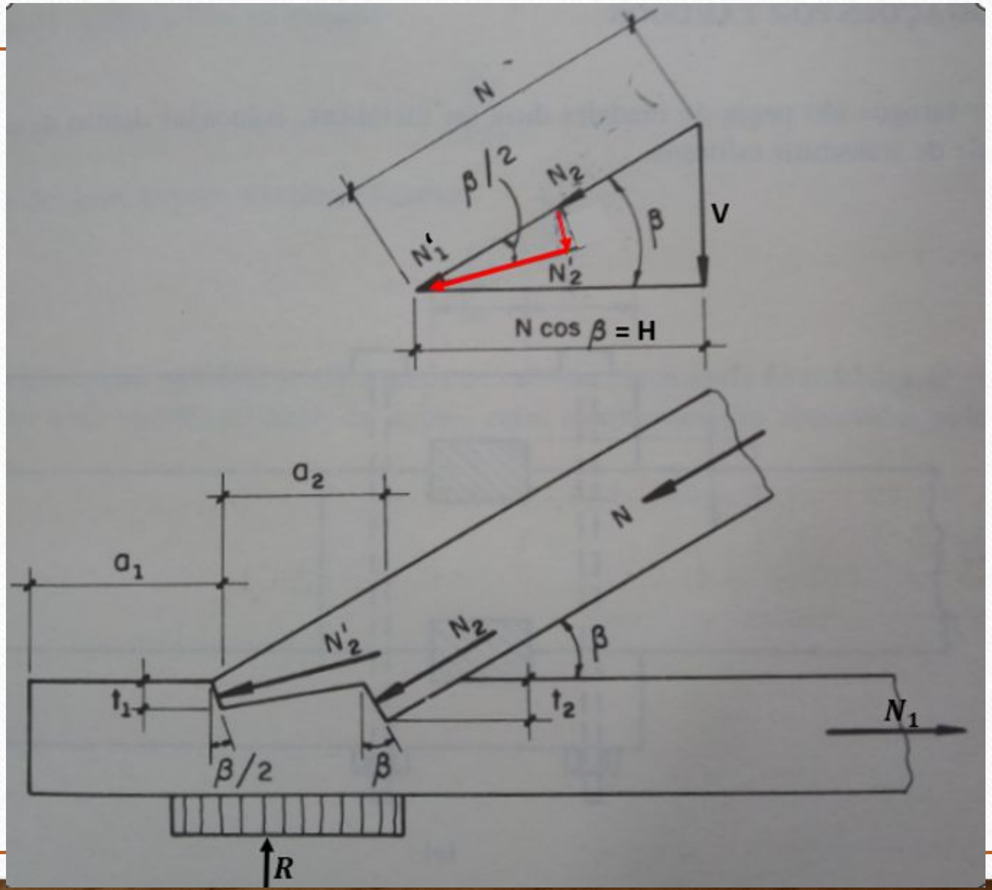
$$\boxed{\frac{\boldsymbol{\bar{\sigma}'_{c\beta/2}}}{\boldsymbol{\bar{\sigma}_{total}}} * 100}$$

Lo cual nos da el porcentaje del esfuerzo transmitido por la cara frontal y el mismo porcentaje se toma para la longitud de $a_1\ de\ a_1 + a_2$ y consecuentemente se tiene a_2.

EJEMPLO

Realizar un doble diente de igual profundidad para una fuerza **N = 2.000 kg**, siendo el diente delantero cortado según la bisectriz del ángulo $\mathbf{180^0 - \beta}$ y el diente trasero cortado en escuadra con la pieza inclinada.

$$\bar{\sigma}_{c/\!/} = 51\,kg/cm^2$$
$$\bar{\sigma}_{c\perp} = 15\,kg/cm^2$$
$$\bar{\tau}_{/\!/} = 9{,}5\,kg/cm^2$$
$$\bar{\sigma}_{t/\!/} = 70\,kg/cm^2$$
$$b = 7{,}5\ cm$$
$$h = 22{,}5\ cm$$
$$\beta = 30^o$$



Primer diente:

$$\bar{\sigma}_{c\beta/2} = \frac{\bar{\sigma}_{c/\!/} * \bar{\sigma}_{c\perp}}{\bar{\sigma}_{c/\!/} * sen^2(\beta/2) + \bar{\sigma}_{c\perp} * cos^2(\beta/2)} = \frac{51 * 15}{51 * sen^2 15^o + 15 * cos^2 15^o}$$

$$\boldsymbol{\bar{\sigma}_{c\beta/2} = 43,94\, kg/cm^2} \longrightarrow \textbf{HANKINSON}$$

$$\bar{\sigma}_{c\beta/2} = \bar{\sigma}_{c/\!/} - \left(\bar{\sigma}_{c/\!/} - \bar{\sigma}_{c\perp}\right) * sen(\beta/2) = 51 - (51 - 15) * sen 15^o$$

$$\boldsymbol{\bar{\sigma}_{c\beta/2} = 42\, kg/cm^2} \longrightarrow \textbf{Norma Alemana}$$

Se toma $\boxed{\boldsymbol{\bar{\sigma}_{c\beta/2} = 42\, kg/cm^2}} \cdots\cdots (\mathbf{1})$

Segundo diente:

$$\overline{\sigma}_c = \frac{\overline{\sigma}_{c/\!/} * \overline{\sigma}_{c\perp}}{\overline{\sigma}_{c/\!/} * sen^2\beta + \overline{\sigma}_{c\perp} * cos^2\beta} = \frac{51 * 15}{51 * sen^2 30^o + 15 * cos^2 30^o}$$

$$\boldsymbol{\overline{\sigma}_{c\beta} = 32\, kg/cm^2} \longrightarrow \textbf{HANKINSON}$$

$$\overline{\sigma}_{c\beta} = \overline{\sigma}_{c/\!/} - \left(\overline{\sigma}_{c/\!/} - \overline{\sigma}_{c\perp}\right) * sen\beta = 51 - (51 - 15) * sen30^o$$

$$\boldsymbol{\overline{\sigma}_{c\beta} = 33\, kg/cm^2} \longrightarrow \textbf{Norma Alemana}$$

Se toma $\boxed{\boldsymbol{\overline{\sigma}_{c\beta} = 32\, kg/cm^2}} \cdots\cdots \mathbf{(2)}$

$$\frac{N}{b*t} = \frac{\overline{\sigma}_{c\beta}}{cos\beta} + \frac{\overline{\sigma}_{c\beta/2}}{cos^2(\beta/2)} = \overline{\sigma}'_{c\beta} + \overline{\sigma}'_{c\beta/2} = \overline{\sigma}_{total}$$

$$\frac{2.000}{7{,}5*t} = \frac{32}{cos30^o} + \frac{42}{cos^2 15^o} = \overline{\sigma}'_{c\beta} + \overline{\sigma}'_{c\beta/2} = \overline{\sigma}_{total}$$

$$\frac{2.000}{7{,}5*t} = 36{,}95 + 45{,}02 = \overline{\sigma}'_{c\beta} + \overline{\sigma}'_{c\beta/2} = \overline{\sigma}_{total}$$

$$\boldsymbol{\overline{\sigma}'_{c\beta} = 36{,}95\, kg/cm^2}$$

$$\boldsymbol{\overline{\sigma}'_{c\beta/2} = 45{,}02\, kg/cm^2}$$

$$\boldsymbol{\overline{\sigma}_{total} = 81{,}97\, kg/cm^2}$$

$$\frac{2.000}{7{,}5*t} \leq 81{,}97\, kg/cm^2$$

$$t \geq \frac{2.000}{7{,}5 * 81{,}97}$$

$$t \geq 3{,}25\ cm < \frac{h}{4} = \frac{22{,}5}{4} = 5{,}625\ cm\ para\ \beta = 30^{o}$$

Adoptamos $\boxed{\boldsymbol{t = 3,5\ cm}}$

$$a_1 + a_2 = \frac{N * cos\beta}{b * \bar{\tau}_{/\!/}} = \frac{2.000 * cos30^{o}}{7{,}5 * 9{,}5}$$

$$\boxed{\boldsymbol{a_1 + a_2 = 23,31\ cm}}$$

La cara frontal transmite o absorbe:

$$\boxed{\frac{\boldsymbol{\bar{\sigma}'_{c\beta/2}}}{\boldsymbol{\bar{\sigma}_{total}}} * \mathbf{100} = \frac{\mathbf{45,02}}{\mathbf{81,97}} * \mathbf{100} = \mathbf{54,92\%}}$$

Por lo tanto, la longitud de $a_1 = 0{,}5492 * (a_1 + a_2) = 0{,}5492 * 23{,}31$

$$\boldsymbol{a_1 = 12,80\ cm}$$

Adoptamos $\boxed{\boldsymbol{a_1 = 13\ cm\ y\ a_2 = 10,5\ cm}}$ $\boldsymbol{< 25\ cm} \rightarrow$ **Se ajusta a la norma**

VERIFICACIÓN A LA TRACCIÓN

$$\sigma_{t/\!/} = \frac{N_1}{A_u} \leq \bar{\sigma}_{t/\!/}$$

$$\sigma_{t/\!/} = \frac{N * cos\beta}{b * (h - t)} = \frac{2.000 * cos30^{o}}{7,5 * (22,5 - 3,5)} = 12,5\, kg/cm^2 < \bar{\sigma}_{t/\!/} = 70\, kg/cm^2$$

¡VERIFICA!

SOLUCIONES PARA LOS NUDOS DE LAS CABRIADAS (ENCASTRE O ENSAMBLE)

1. **NUDOS EXTREMOS (A Y C)**

b. **UNIÓN POR DIENTES DOBLES:**

b.2. Cuando los dientes son de profundidades diferentes

$$(t_1 \neq t_2)$$

En este caso se recomienda hacer de que cada cara absorba la mitad de la carga

$$\overline{\sigma}_{c\beta/2} = \frac{N_1 * cos(\beta/2)}{b * \frac{t_1}{cos(\beta/2)}} = \frac{N * cos^2(\beta/2)}{2 * b * t_1}$$

$$\boxed{\boldsymbol{t_1 = \frac{N * cos^2(\beta/2)}{2 * b * \overline{\sigma}_{c\beta/2}}}}$$

$$\bar{\sigma}_{c\beta} = \frac{N_2}{b * \frac{t_2}{cos\beta}} = \frac{N * cos\beta}{2 * b * t_2}$$

$$\boxed{\boldsymbol{t}_2 = \frac{\boldsymbol{N * cos\beta}}{2 * \boldsymbol{b} * \boldsymbol{\bar{\sigma}_{c\beta}}}}$$

Resolviendo el mismo problema anterior con la condición de que $(\boldsymbol{t_1 \neq t_2})$

$$t_1 = \frac{1.000 * cos^2 15^o}{7,5 * 42} = 2,96\ cm$$

Adoptamos $\boxed{\boldsymbol{t_1 = 3\ cm}}$

$$t_2 = \frac{1.000 * cos 30^o}{7,5 * 32} = 3,61\ cm$$

Adoptamos $\boxed{\boldsymbol{t_2 = 4\ cm}}$

$$\boldsymbol{t_2\ y\ t_1\ son\ menores\ que\ \frac{h}{4} = 5,625}$$

$$a_1 + a_2 = \frac{N * cos\beta}{b * \bar{\tau}_{/\!/}} = \frac{2.000 * cos30^o}{7,5 * 9,5}$$

$$\boxed{\boldsymbol{a_1 + a_2 = 23,31\ cm}}$$

La cara frontal transmite o absorbe:

$$\boxed{\frac{\boldsymbol{\bar{\sigma}'_{c\beta/2}}}{\boldsymbol{\bar{\sigma}_{total}}} * \mathbf{100} = \frac{\mathbf{45,02}}{\mathbf{81,97}} * \mathbf{100} = \mathbf{54,92\%}}$$

Por lo tanto, la longitud de $a_1 = 0,5492 * (a_1 + a_2) = 0,5492 * 23,31$

$$\boldsymbol{a_1 = 12,80\ cm}$$

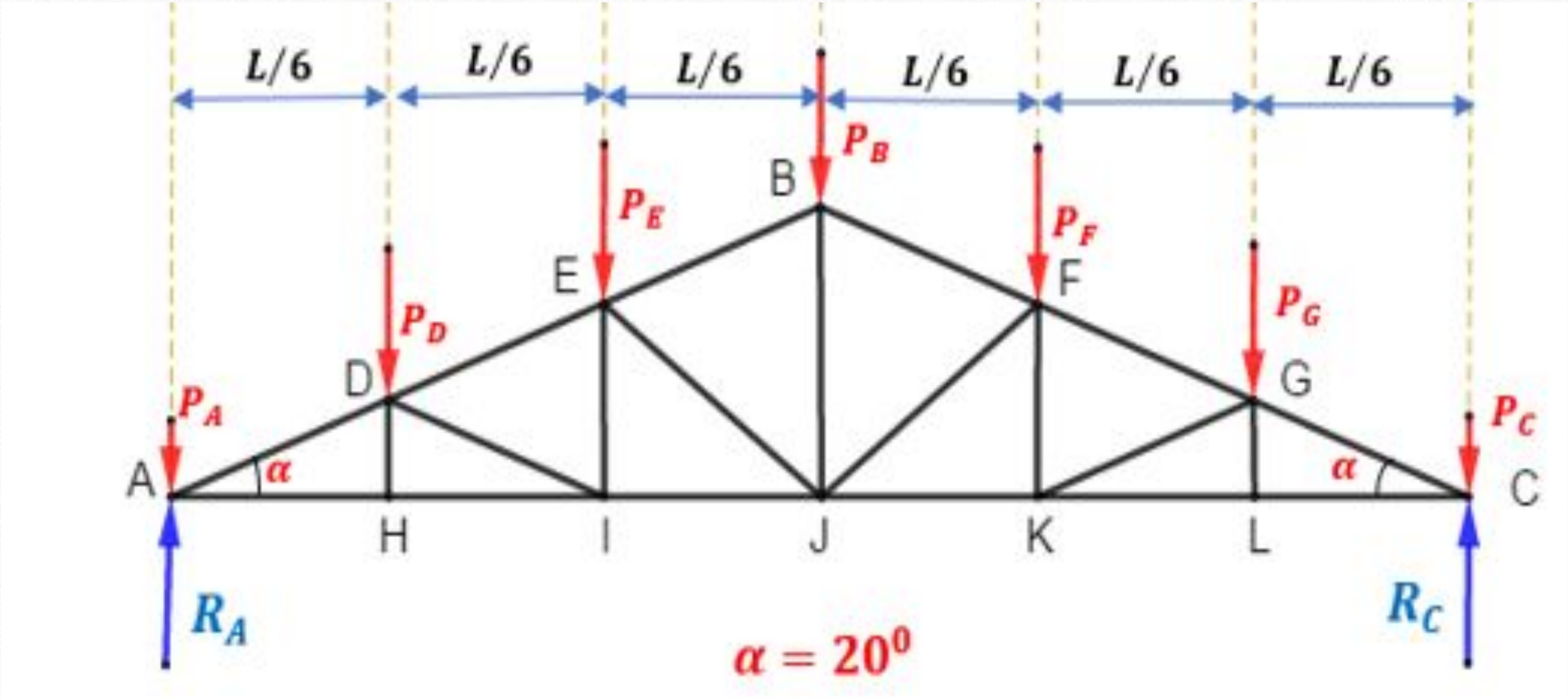
Adoptamos $\boxed{\boldsymbol{a_1 = 13\ cm\ y\ a_2 = 10,5\ cm}}$ $\boldsymbol{< 25\ cm}$ **→ Se ajusta a la norma**

VERIFICACIÓN A LA TRACCIÓN

$$\sigma_{t/\!/} = \frac{N_1}{A_u} \leq \bar{\sigma}_{t/\!/}$$

$$\sigma_{t/\!/} = \frac{N * cos\beta}{b * (h - t_2)} = \frac{2.000 * cos30^o}{7,5 * (22,5 - 4)} = 12,5\, kg/cm^2 < \bar{\sigma}_{t/\!/} = 70\, kg/cm^2$$

¡VERIFICA!



L/6
L/6
L/6
L/6
L/6
L/6
P_B
B
P_E
P_F
E
F
P_D
P_G
D
G
P_A
P_C
A
α
α
C
H
I
J
K
L
R_A
R_C
$\alpha = 20^0$

SOLUCIÓN PARA EL NUDO B

$$\bar{\sigma}_{c\alpha} = \frac{\bar{\sigma}_{c/\!/} * \bar{\sigma}_{c\perp}}{\bar{\sigma}_{c/\!/} * sen^2\alpha + \bar{\sigma}_{c\perp} * cos^2\alpha} \rightarrow \boldsymbol{HANKISON}$$

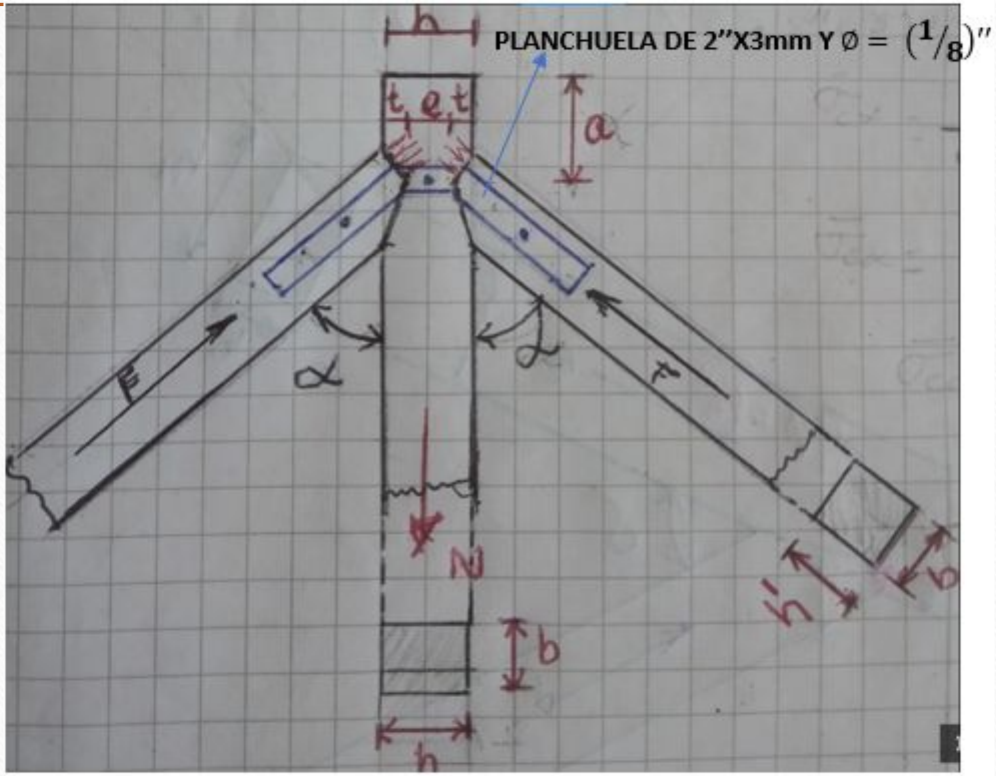
$$\bar{\sigma}_{c\alpha} = \bar{\sigma}_{c/\!/} - \left(\bar{\sigma}_{c/\!/} - \bar{\sigma}_{c\perp}\right) * sen\alpha \rightarrow \boldsymbol{NORMA\ DIN}$$

El menor valor dado por las fórmulas se toma como $\bar{\sigma}_{c\alpha}$

$$\bar{\sigma}_{c\alpha} \geq \frac{F * cos\alpha}{bt}$$

$$\boxed{\boldsymbol{t \geq \frac{F * cos\alpha}{b * \bar{\sigma}_{c\alpha}} \leq \frac{h}{4}\ para\ \alpha < 50^0}} \cdots\cdots (\Delta_1)$$

$$\boxed{\boldsymbol{h = t + e + t = 2 * t + e}} \cdots\cdots (\Delta_2)$$



$$\bar{\sigma}_t \geq \frac{N}{A_u} = \frac{N}{be}$$

$$\boxed{\boldsymbol{e} \geq \frac{\boldsymbol{N}}{\boldsymbol{b} * \bar{\boldsymbol{\sigma}}_{\boldsymbol{t}}}} \cdots\cdots (\Delta_3)$$

(Δ_1); (Δ_2) y (Δ_3) deben compatibilizarse:

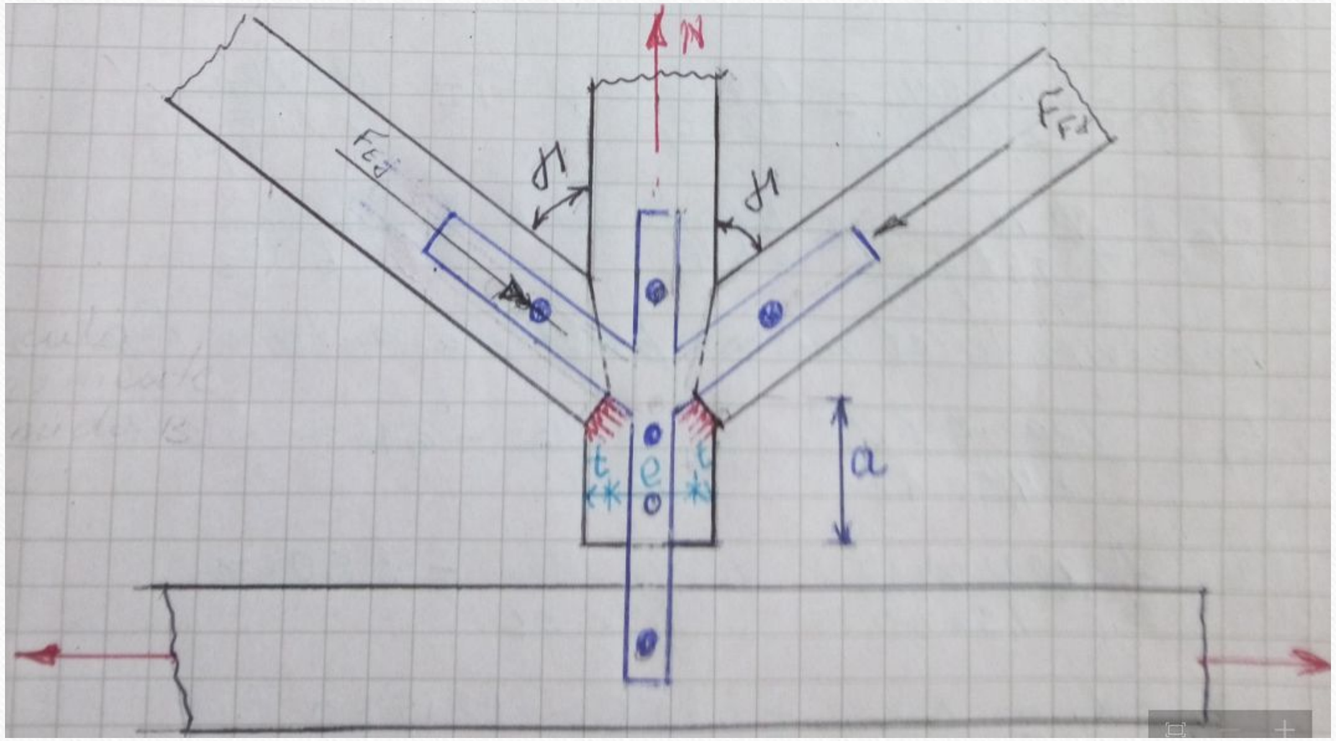
Es decir, con (Δ_1), calculo $\boldsymbol{t}$; con (Δ_2), calculo $\boldsymbol{e}$ y verifico (Δ_3); si no verifica calculo un nuevo $\boldsymbol{e}$ con (Δ_3) y llevo en (Δ_2) y calculo un nuevo $\boldsymbol{h}$.

Por último, calculo "$\boldsymbol{a}$“:

$$\bar{\tau}_{c/\!/} \geq \frac{F * cos\alpha}{A_c} = \frac{N}{2 * A_c} \rightarrow \bar{\tau}_{c/\!/} \geq \frac{F * cos\alpha}{b * a} = \frac{N}{2 * b * a} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{a} \geq \frac{\boldsymbol{F} * \boldsymbol{cos\alpha}}{\boldsymbol{b} * \bar{\boldsymbol{\tau}}_{\boldsymbol{c}/\!/}} = \frac{\boldsymbol{N}}{2 * \boldsymbol{b} * \bar{\boldsymbol{\tau}}_{\boldsymbol{c}/\!/}} \leq \boldsymbol{25\ cm}}$$

Si no verifica se recurre a doble dientes

SOLUCIÓN PARA EL NUDO J



Se resuelve por un procedimiento idéntico al NUDO B.

SOLUCIÓN PARA LOS NUDOS D, E, F y G

$$\overline{\sigma}_{c\delta} = \frac{\overline{\sigma}_{c/\!/} * \overline{\sigma}_{c\perp}}{\overline{\sigma}_{c/\!/} * sen^2\delta + \overline{\sigma}_{c\perp} * cos^2\delta} \rightarrow \textbf{\textit{HANKISON}}$$

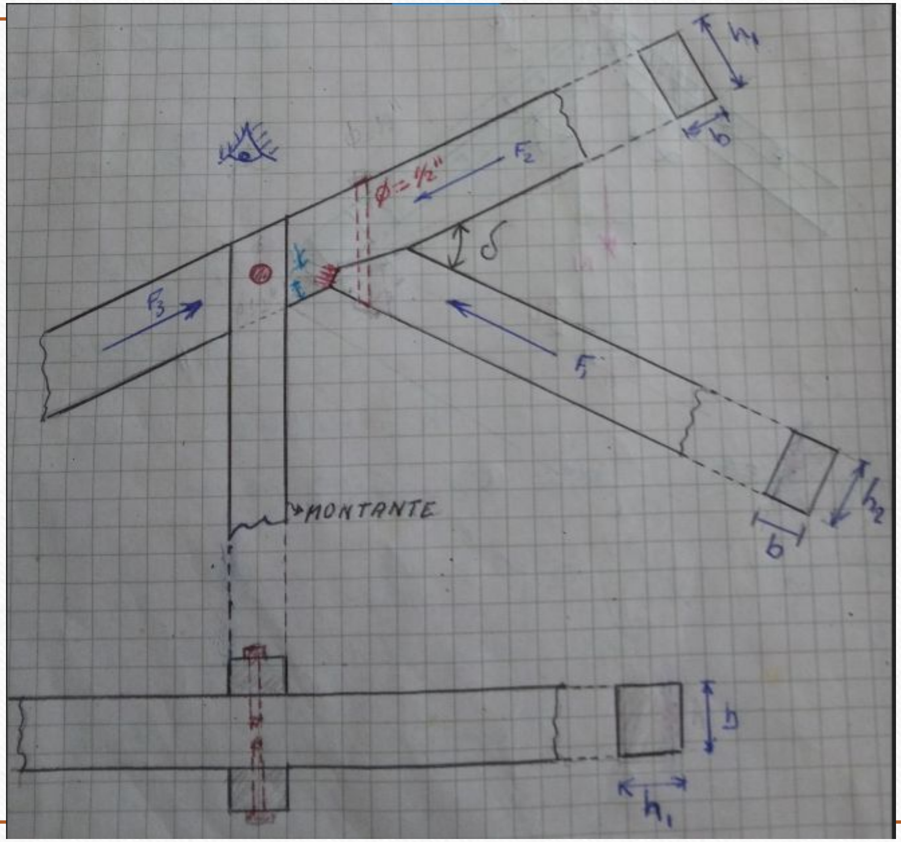
$$\overline{\sigma}_{c\delta} = \overline{\sigma}_{c/\!/} - \left(\overline{\sigma}_{c/\!/} - \overline{\sigma}_{c\perp}\right) * sen\delta \rightarrow \textbf{\textit{NORMA DIN}}$$

$$\boxed{\boldsymbol{t \geq \frac{F_1 * cos\delta}{b * \overline{\sigma}_{c\delta}}}}$$

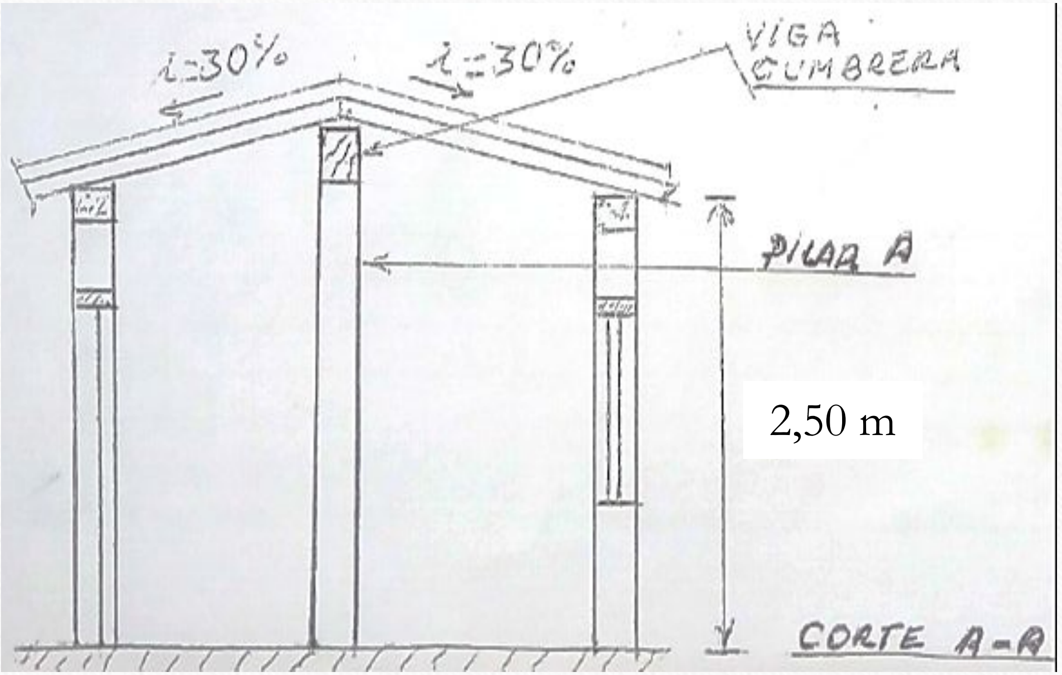
$$t \ \leq \frac{h}{4} \ cuando\ \delta < 50^{o}$$

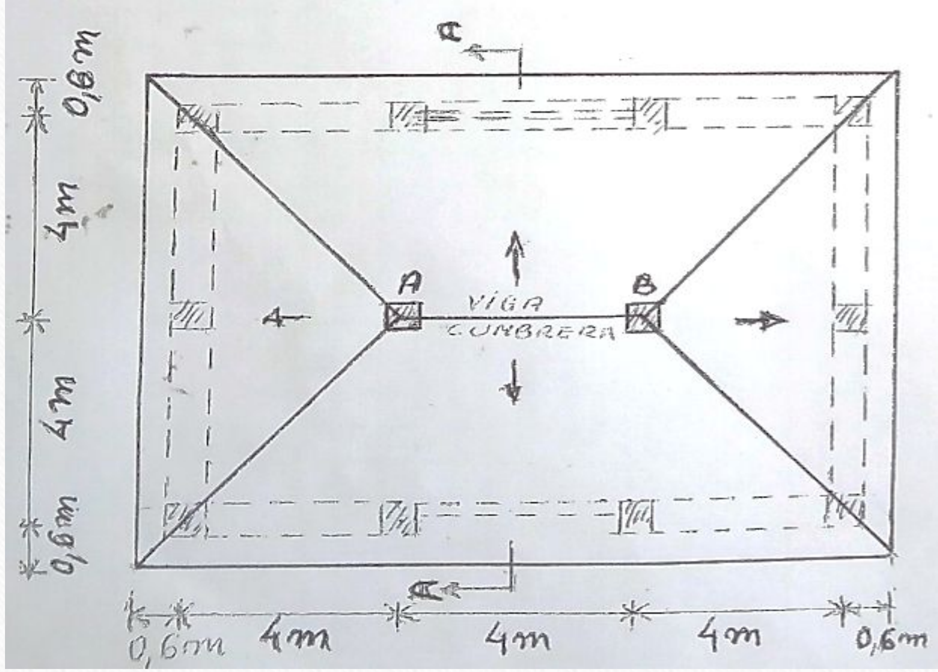
$$t \ \leq \frac{h}{6} \ cuando\ 50^{o} < \delta < 60^{o}$$

$$t \ < \frac{h}{6} \ cuando\ \delta > 60^{o}$$



EJERCICIO


i=30%
i=30%
VIGA CUMBRERA
PILAR A
2,50 m
CORTE A-A


A
0,6m
4m
4m
0,6m
A
B
VIGA CUMBRERA
0,6m
4m
4m
4m
0,6m

EJERCICIO

El peso por metro cuadrado en planta del techo del salón que se observa en la figura es de $\mathbf{140\ kg/m^2}$.

1) Dimensionar la viga cumbrera AB de madera de lapacho.

2) Dimensionar los pilares de madera de lapacho A y B, considerado articulado en la parte superior y empotrado en la parte inferior.

La pendiente del techo es 30 % y la parte superior de las paredes perimetrales se encuentran a 2,50 m del nivel del piso como se observa en el corte A - A.

- $\bar{\sigma}_f = 120\ kg/cm^2$

$(tensión\ admisible\ a\ la\ flexión\ del\ lapacho)$

- $\bar{\sigma}_{C/\!/} = 90\ kg/cm^2$

$(tensión\ admisible\ a\ las\ compresión$
$/\!/\ a\ las\ fibras\ del\ lapacho)$

- $\bar{\tau}_{c/\!/} = 17\ kg/cm^2$

$(tensión\ admisible\ al\ corte\ /\!/\ a\ las\ fibras\ del\ lapacho)$

- $\bar{\sigma}_{c\perp} = 40\ kg/cm^2$

$(tensión\ admisible\ \perp\ a\ las\ fibras\ del\ lapacho)$

- $E = 158.000\ kg/cm^2$

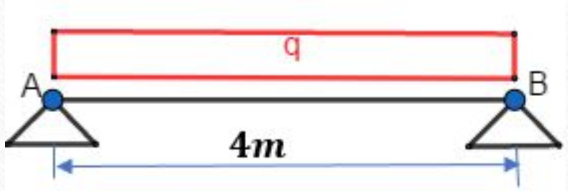
$(módulo\ de\ elasticidad\ \ del\ lapacho)$

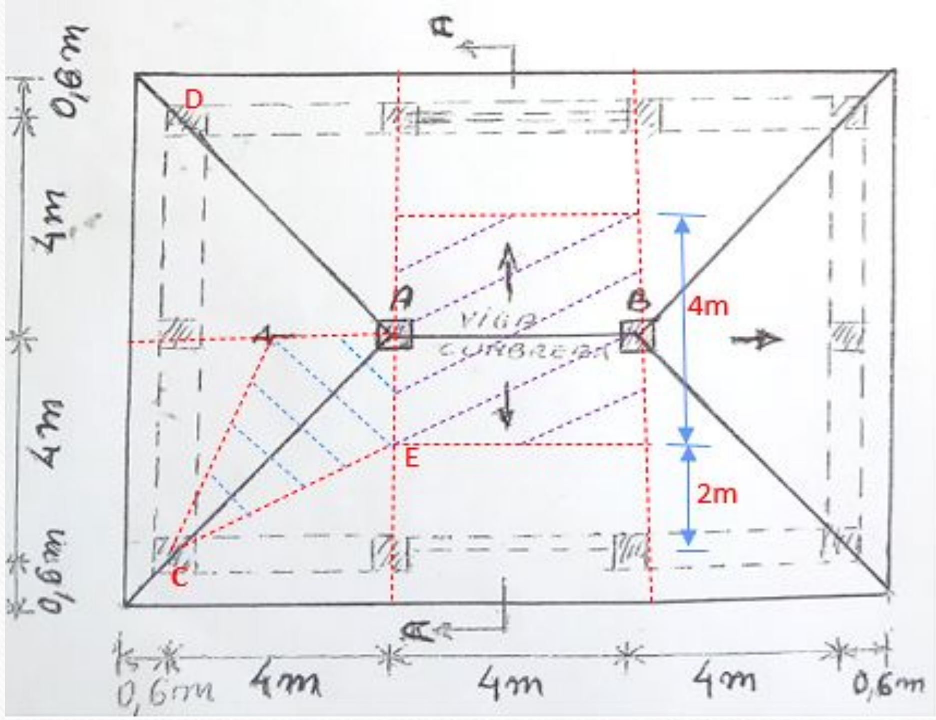
- $\bar{\delta} = \frac{l}{300}\ \ flecha\ admisible$

Dimensionamiento de la viga cumbrera AB

La carga distribuida sobre la viga AB es:

$$\boldsymbol{q} = 140\,kg/m^2 * 4\,m = 560\,kg/m = \boldsymbol{5{,}6\,kg/cm}$$





$$R_{Aq} = R_{Bq} = \frac{5{,}6\,kg/cm * 400\,cm}{2} = 1.120\,kg$$

$$\boldsymbol{R_{Aq} = R_{Bq} = 1.120\,kg}$$

$$M_{fmax} = \frac{q * l^2}{8} = \frac{5{,}6 * 400^2}{8}$$

$$\boldsymbol{M_{fmax} = 112.000\,kg * cm}$$

Dimensionamiento a la FLEXIÓN

$$\sigma_f = \frac{M_{fmax}}{W} = \frac{6 * M_{fmax}}{b * h^2} \leq \bar{\sigma}_f \cdots\cdots (\Delta_{\mathbf{1}})$$

Teniendo en cuenta que:

$$\frac{b}{h} = \frac{5}{7} \Longrightarrow Máxima\,resistencia\;a\;la\;flexión$$

$$\frac{b}{h} = \frac{4}{7} \Longrightarrow Mínima\,flecha$$

Adoptamos la relación:

$$b = \frac{5}{7} * h \cdots\cdots (\Delta_{\mathbf{2}})$$

$(\Delta_{\mathbf{2}})$ en $(\Delta_{\mathbf{1}})$:

$$\frac{42 * M_{fmax}}{5 * h * h^2} \leq \bar{\sigma}_f$$

$$h^3 \geq \frac{42 * M_{fmax}}{5 * \bar{\sigma}_f} = \frac{42 * 112.000}{5 * 120}$$

$$h^3 = 7.840$$

$$\boldsymbol{h \geq 19,87\ cm}$$

h en (Δ_2):

$$\boldsymbol{b = 14,19\ cm}$$

Adoptamos:

$$\boxed{\boldsymbol{h = 20\ cm = 8''}}$$

$$\boxed{\boldsymbol{b = 15\ cm = 6''}}$$

Verificación a la FLECHA

$$\delta = \frac{5 * q * l^4}{384 * E * I} = \frac{12 * 5 * 5{,}6 * 400^4}{384 * 158.000 * 15 * 20^3} \leq \bar{\delta} = \frac{400}{300}$$

$\boxed{\boldsymbol{\delta = 1,18\ cm < \bar{\delta} = 1,333\ cm}}$ ¡VERIFICA!

Verificación al CORTE

$$\tau = \frac{1{,}5 * Q}{b * h} = \frac{1{,}5 * 1.120}{15 * 20} \leq \bar{\tau}_{/\!/} = 17\, kg/cm^2$$

$\boxed{\boldsymbol{\tau = 5,6\, kg/cm^2 \ll \bar{\tau}_{/\!/} = 17\, kg/cm^2}}$ ¡VERIFICA!

$\therefore$ $\boxed{\boldsymbol{h = 20cm = 8''}}$

$\boxed{\boldsymbol{b = 15cm = 6''}}$

Dimensionamiento de los pilares “A” y “B”

Carga del pilar A = Carga del pilar B por simetría geométrica y de carga.
Por lo tanto sus dimensiones serán iguales.

$$P_A = R_{AB}^A + R_{CA}^A + R_{DA}^A$$

Pero $R_{CA}^A = R_{DA}^A$

Por lo tanto: $P_A = R_{AB}^A + 2R_{CA}^A \cdots\cdots (\mathbf{1})$

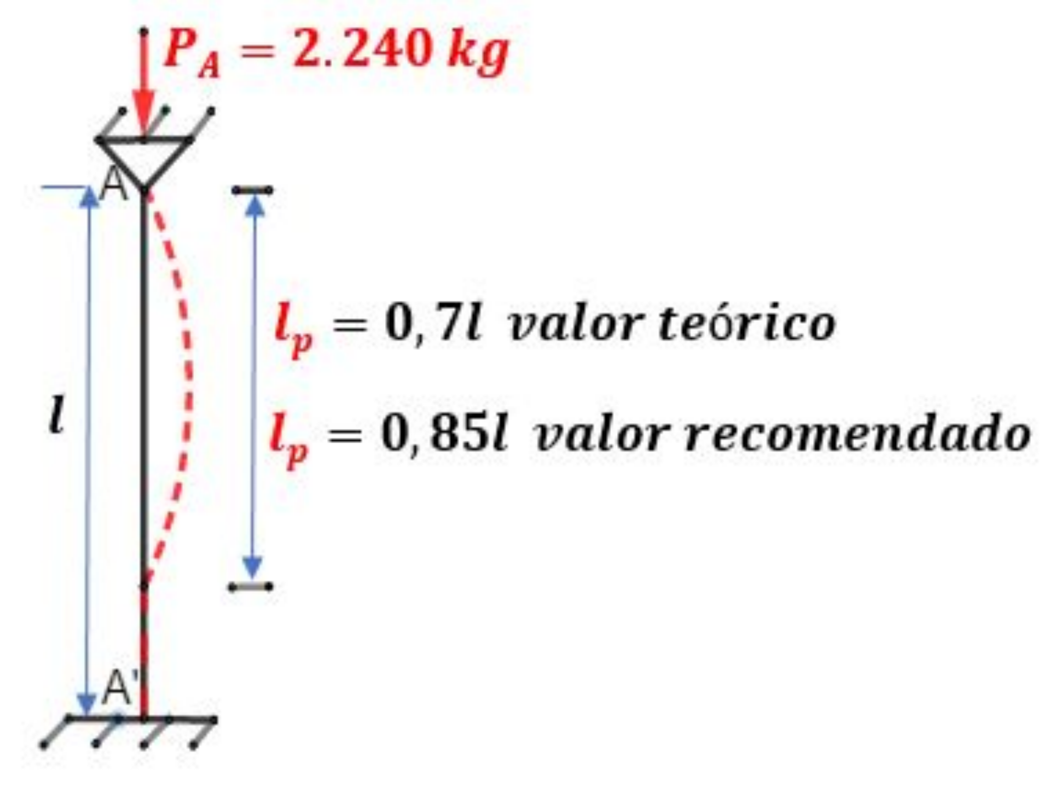
$$\boldsymbol{R_{AB}^A = 1.120\ kg} \cdots\cdots (\mathbf{2})$$

$$R_{CA}^A = 140 * A_{\Delta AEA} * \frac{2}{2} = 140 * \frac{1}{2} * (4 * 4 - 4 * 2)$$

$$\boldsymbol{R_{CA}^A = 560\ kg} \cdots\cdots (\mathbf{3})$$

$(\mathbf{2})\ y\ (\mathbf{3})\ en\ (\mathbf{1})$:

$$\boldsymbol{P_A} = 1.120 + 2 * 560 \ \rightarrow \ \boxed{\boldsymbol{P_A = 2.240\ kg}}$$



$$A_0 = \omega_0 \frac{P_A}{\bar{\sigma}_{c/\!/}} \cdots\cdots (*_1)$$

$$A_0 = b_0 * h_0\ ;\ h_0 = 1.5 * b_0\ y\ \omega_0 = 1 \cdots\cdots (*_2)$$

$(*_2)$ *en* $(*_1)$:

$$1{,}5 * b_0^2 = \frac{2.240}{90}$$

$$\boldsymbol{b_0 = 4,07\ cm} \text{ y } \boldsymbol{h_0 = 6,105\ cm}$$

$$\boldsymbol{i_{1min} = 0,289 * b_0 = 1,18\ cm}$$

$$\lambda = \frac{l_p}{i_{min}}$$

$$l_p = 0{,}70 * l = 0{,}7 * \left(2{,}50 + 4 * \frac{30}{100}\right)$$

$$l_p = 0{,}70 * 3{,}70 = 2{,}59\ m = 259\ cm$$

$$\boldsymbol{\lambda_1 = \frac{l_p}{i_{1min}} = \frac{259}{1,18} = 219,49}$$

Tabla de Domke para pandeo en maderas

λ_0	ω_1	λ_0	ω_1	λ_0	ω_1	λ_0	ω_1
5,05	1,02	106,86	2,03	257,65	4,46	536,44	9,29
10,20	1,04	111,58	2,10	262,08	4,54	548,92	9,51
12,30	1,05	116,11	2,16	270,42	4,68	561,18	9,72
16,47	1,06	120,96	2,23	274,90	4,76	573,81	9,94
20,78	1,08	126,15	2,31	283,92	4,92	592,87	10,27
24,12	1,10	131,13	2,38	292,72	5,07	612,08	10,60
27,52	1,12	136,45	2,46	301,87	5,23	631,75	10,94
30,96	1,14	144,56	2,58	311,10	5,39	651,85	11,29
33,39	1,16	147,30	2,62	320,39	5,55	672,11	11,64
37,09	1,19	150,05	2,66	329,76	5,71	692,82	12,00
40,87	1,22	155,60	2,74	339,48	5,88	713,68	12,36
44,90	1,26	161,21	2,82	344,22	5,96	734,99	12,73
47,70	1,29	164,33	2,87	354,05	6,13	756,45	13,10
50,55	1,32	170,04	2,95	364,24	6,31	778,36	13,48
54,81	1,36	176,68	3,06	374,20	6,48	800,71	13,87
57,98	1,40	183,68	3,18	384,52	6,66	823,22	14,26
61,20	1,44	187,20	3,24	400,14	6,93	845,88	14,65
64,48	1,48	191,03	3,31	410,63	7,11	868,99	15,05
67,81	1,52	198,46	3,44	421,49	7,30	892,55	15,46
71,19	1,56	202,05	3,50	432,41	7,49	908,24	15,73
74,63	1,60	209,58	3,63	443,41	7,68	932,34	16,15
78,12	1,64	217,18	3,76	454,47	7,87	956,60	16,57
81,90	1,69	225,13	3,90	465,69	8,07	981,01	16,99
85,99	1,75	233,16	4,04	477,38	8,27	1005,87	17,42
91,74	1,82	237,20	4,11	488,93	8,47	1031,17	17,86
95,98	1,88	245,32	4,25	506,40	8,77	1056,63	18,30
100,28	1,94	249,42	4,32	524,31	9,08	1082,53	18,75

Tabla 6.5

Para:

$$\lambda = 217{,}18 \Longrightarrow \omega = 3{,}76$$
$$\lambda = 225{,}13 \Longrightarrow \omega = 3{,}90$$

$$\Delta\lambda = 7{,}95 \Longrightarrow \Delta\omega = 0{,}14$$

$$\lambda_1 = 219{,}49 \Longrightarrow \omega_1 = ?$$

$$\Delta\lambda_1 = 2{,}31 \Longrightarrow \Delta\omega_1 = ?$$

$$\Delta\omega_1 = \frac{2{,}31 * 0{,}14}{7{,}95} = 0{,}04$$

$$\therefore \boldsymbol{para}\ \boldsymbol{\lambda_1 = 219{,}49 \Longrightarrow \omega_1 = 3{,}80}$$

$$A_1 = \omega_1 * A_0 = 3{,}80 * 1{,}5 * 4{,}07^2$$

$$\boldsymbol{A_1 = 94{,}42\ cm^2}$$

Por lo tanto:

$$b_1 = \sqrt{\frac{A_1}{1,5}} = 7,9\ cm$$

$$\boldsymbol{b_1 = 7,9\ cm} \text{ y } \boldsymbol{h_1 = 11,85\ cm}$$

Adoptamos:

$$\boxed{\boldsymbol{b_1 = 10\ cm = 4''}} \text{ y } \boxed{\boldsymbol{h_1 = 12,5\ cm = 5''}}$$

$$i_{2min} = 0,289 * b_1 = 2,89$$

$$ʎ_2 = \frac{l_p}{i_{2min}} = \frac{259}{2,89} = 89,61$$

Para:

$$ʎ = 85,99 \Longrightarrow \omega = 1,75$$

$$ʎ = 91,74 \Longrightarrow \omega = 1,82$$

$$\Delta ʎ = 5,75 \Longrightarrow \Delta\omega = 0,07$$

$$\lambda_2 = 89{,}61 \Longrightarrow \omega_2 = ?$$

$$\Delta\lambda_2 = 3{,}62 \Longrightarrow \Delta\omega_2 = ?$$

$$\Delta\omega_2 = \frac{3{,}62 * 0{,}07}{5{,}75} = 7{,}66 * 10^{-3}$$

$$\omega_2 = 1{,}75 + 7{,}66 * 10^{-3}$$

$$\boxed{\boldsymbol{\omega_2 = 1{,}76}}$$

$$\sigma_c = \omega_2 \frac{P_A}{A_{Adoptada}} \leq \bar{\sigma}_{c\parallel}$$

$$\boxed{\boldsymbol{A_{Adoptada} = 4'' \text{x } 5'' = 10\ cm \text{ x } 12{,}5\ cm = 125\ cm^2}}$$

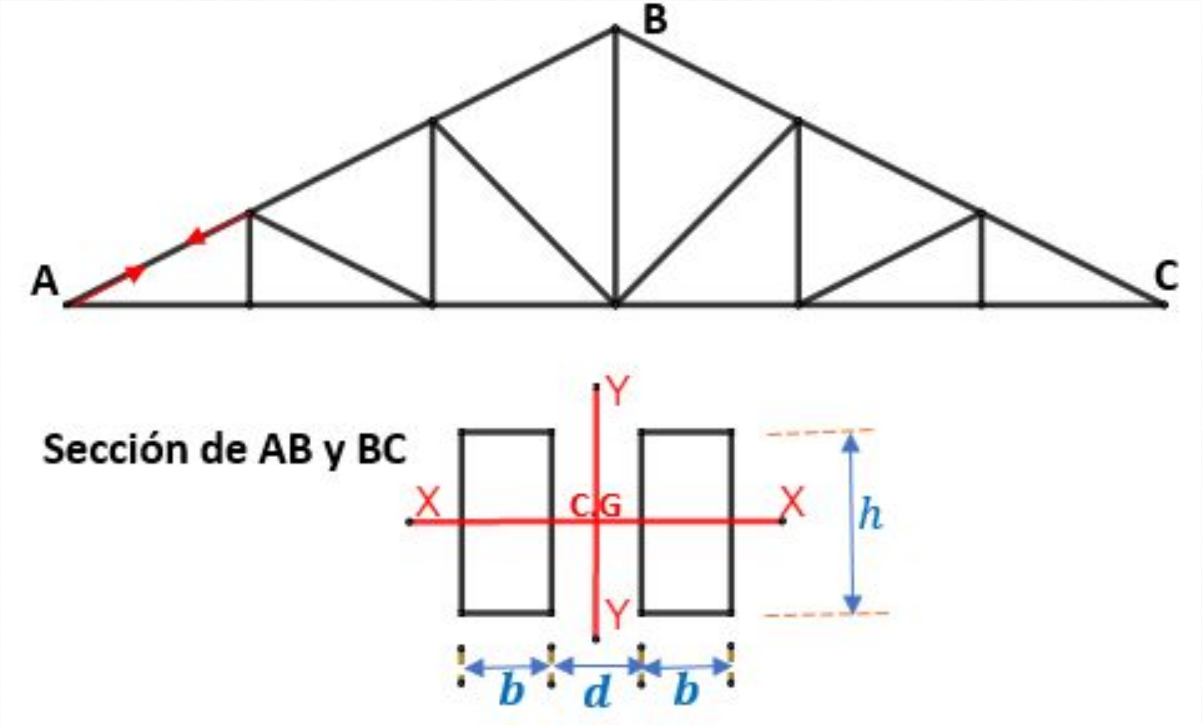
$$\boxed{\boldsymbol{\sigma_c = 1{,}76 * \frac{2.240}{125} = 31{,}54\ kg/cm^2 \ll 90\, kg/cm^2}}$$

¡VERIFICA!

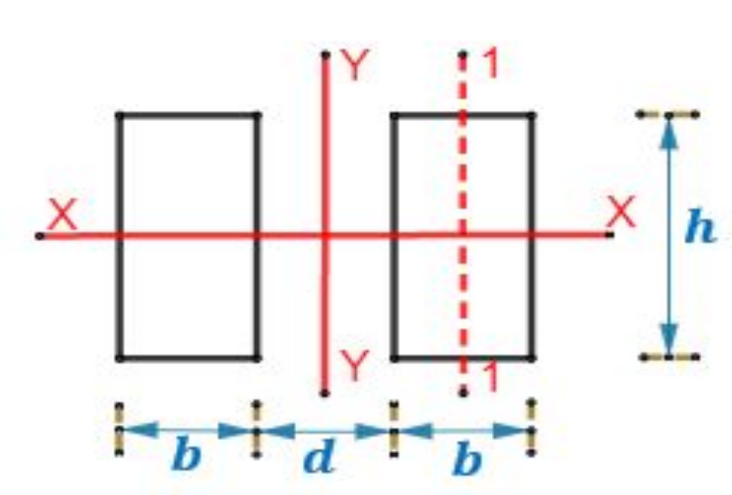
ESTRUCTURAS DE MADERAS

PRÁCTICA

SECCIONES COMPRIMIDAS COMPUESTAS



1. Predimensionamiento y Dimensionamiento de $\boldsymbol{b}$ y $\boldsymbol{h}$



Se establece la fórmula de inercia con respecto al eje 1-1 de una de las piezas:

$$\boldsymbol{I_{1-1}} = \frac{h * b^3}{12} \cdots\cdots (\mathbf{1})\ [cm^4]$$

Luego establecemos la siguiente fórmula empírica:

$$\boldsymbol{I'_{1-1}} = \frac{10 * P * l_p^2}{n} \cdots\cdots (\mathbf{2})\ [cm^4]$$

- P: en tonelada, es la carga máxima que soportan ambas piezas.
- l_p: longitud de pandeo, en metros, de la columna o piezas comprimidas.
- n: es el número de piezas comprimidas componentes.

$\boldsymbol{(1)} = \boldsymbol{(2)}$:

$$\boldsymbol{I_{1-1} = I'_{1-1}}$$

$$\frac{h * b^3}{12} = \frac{10 * P * l_p^2}{n} \cdots\cdots \boldsymbol{(3)}$$

Se establece una relación entre $\boldsymbol{b}$ y $\boldsymbol{h}$ que va de 1 o 1,5 a 2, es decir:

$$h = b$$

$$h = 1{,}5 * b$$

O hasta: $h = 2 * b \cdots\cdots \boldsymbol{(4)}$

Con $\boldsymbol{(3)}$ y $\boldsymbol{(4)}$ se calculan b y h

Con los valores de $\boldsymbol{b}$ y $\boldsymbol{h}$ hallados y ajustados a medidas comerciales, se calcula el área $\boldsymbol{A_1}$ de la sección neta de las piezas, es decir:

$$A_1 = 2 * b * h \cdots\cdots (\Delta_{\boldsymbol{1}})$$

Luego se calcula el área necesaria de la sección a través de la siguiente fórmula empírica:

$$A_{nec} = \frac{P}{\bar{\sigma}_{c/\!/} - 2 * \frac{l_p}{a}} \cdots\cdots (\Delta_2)$$

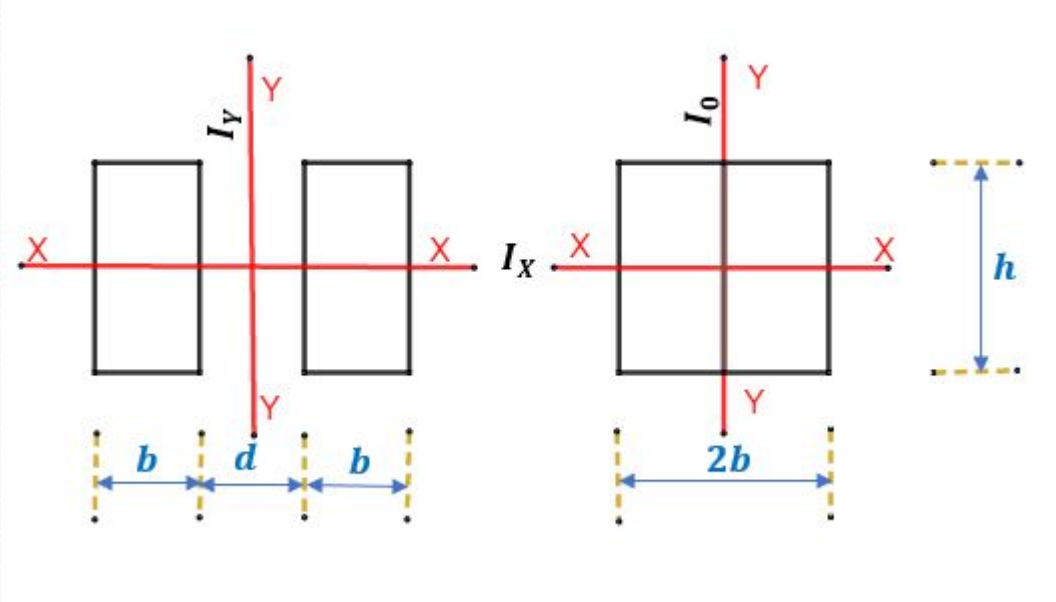
Donde "$\boldsymbol{a}$" es la menor dimensión de la sección de las piezas comprimidas en su conjunto.

En este caso, se toma $\boldsymbol{a = h}$ porque $\boldsymbol{h \leq (2b + d)}$**,** cuando la sección tiene una sola pieza de dimensiones $\boldsymbol{b}$ y $\boldsymbol{h}$ evidentemente entra $\boldsymbol{b}$ en la fórmula (Δ_2), porque en ese caso $\boldsymbol{b \leq h}$.

Se comparan (Δ_1) y (Δ_2):

- Si $\boldsymbol{A_1 \geq A_{nec}}$ se aceptan hasta aquí los valores de $\boldsymbol{b}$ y $\boldsymbol{h}$ determinados.
- Si $\boldsymbol{A_1 < A_{nec}}$ se deben incrementar convenientemente $\boldsymbol{b}$ y $\boldsymbol{h}$, fundamentalmente $\boldsymbol{h}$ tal que $\boldsymbol{A_1 \geq A_{nec}}$ **(Norma Alemana DIN)**.

2. Cálculo de Inercia Mínima



Primero calculamos $\mathbf{I_X}$:

$$\boxed{I_X = \frac{(2*b+d)h^3}{12} - \frac{d*h^3}{12} = \frac{2*b*h^3}{12}} \cdots\cdots (\delta_1)$$

Resulta como si juntáramos las dos piezas.

Luego calculamos $\boldsymbol{I_\omega}$, donde:

$$\boxed{\boldsymbol{I_\omega = I_0 + \frac{I_Y - I_0}{4}}} \cdots\cdots (\boldsymbol{\delta_2})$$

Donde:

$$\boldsymbol{I_0 = \frac{h(2 * b)^3}{12}}$$

- $\boldsymbol{I_0}$ es la inercia con respecto al eje $\boldsymbol{Y - Y}$ de las piezas juntadas entre si:

$$\boldsymbol{I_Y = \frac{h(2 * b + d)^3}{12} - \frac{hd^3}{12}}$$

- $\boldsymbol{I_Y}$ es la inercia con respecto al eje $\boldsymbol{Y - Y}$ de las piezas separadas, es decir, así como se da.

Una vez hechos los cálculos establecidos en $(\boldsymbol{\delta_1})$ y $(\boldsymbol{\delta_2})$ se comparan los valores de $\mathbf{I_X}$ e $\boldsymbol{I_\omega}$.

- Si $\boldsymbol{I_\omega} > \mathbf{I_X}$, entonces se toma $\mathbf{I_X}$ como $\boldsymbol{I_{min}}$
- Si $\boldsymbol{I_\omega} < \mathbf{I_X}$, entonces se toma $\mathbf{I_\omega}$ como $\boldsymbol{I_{min}}$

3. Cálculo de $\boldsymbol{\omega}$

Con el $\boldsymbol{I_{min}}$ determinado se calcula $\boldsymbol{\lambda}$:

$$\boldsymbol{\lambda = \frac{l_p}{i_{min}}}$$

Donde:

$$\boldsymbol{i_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{A}}} \text{ y } \boldsymbol{A = 2 * b * h}$$

Con el valor de $\boldsymbol{\lambda}$ calculado se entra en la tabla (no es tabla de DOMKE) y se halla $\boldsymbol{\omega}$ **(si no se puede en forma directa se interpola)**.

Una vez hallado $\boldsymbol{\omega}$ se procede a la verificación:

$$\boxed{\sigma_\omega = \frac{\omega P}{A} \leq \bar{\sigma}_{c/\!/}}$$

Si no verifica debemos ver si aumentamos una de las secciones, normalmente se recomienda aumentar $\boldsymbol{h}$.

Si ya tenemos las dimensiones adoptadas y no utilizamos las ecuaciones $(\mathbf{1}), (\mathbf{2}), (\mathbf{3})$ y $(\mathbf{4})$ para determinar $\boldsymbol{b}$ y $\boldsymbol{h}$, **debemos** calcular el valor numérico de:

$$I_{1-1} = \frac{h * b^3}{12}$$

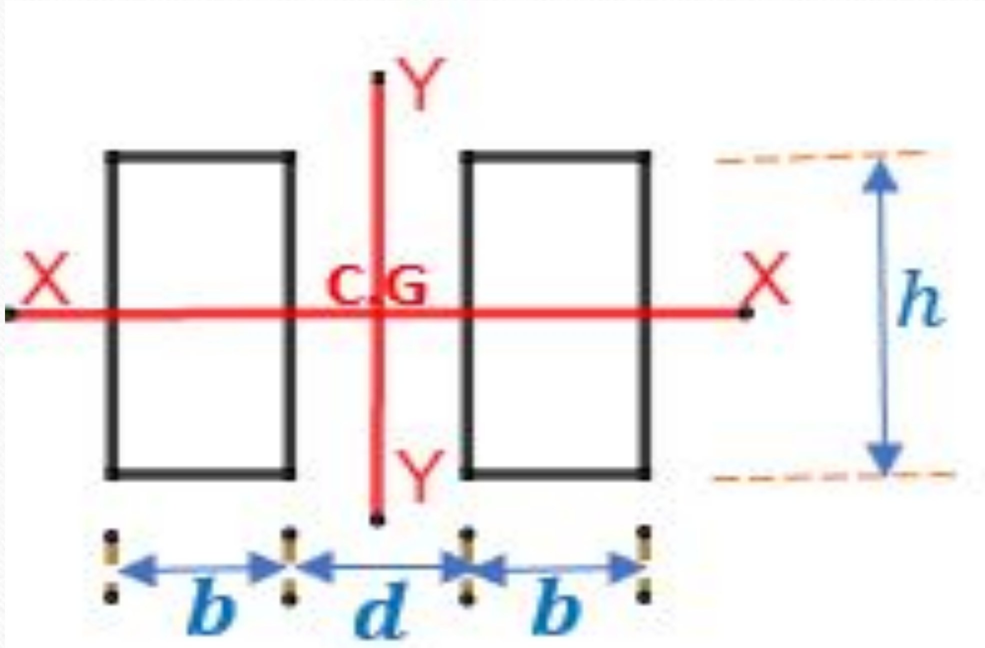
Y el valor numérico de la siguiente fórmula empírica:

$$I'_{1-1} = \frac{10 * P * l_p^2}{n}$$

Donde: $\boldsymbol{P}$ entra en tonelada y $\boldsymbol{l_p}$ en metro y el resultado I'_{1-1} se mide en $\boldsymbol{cm^4}$.

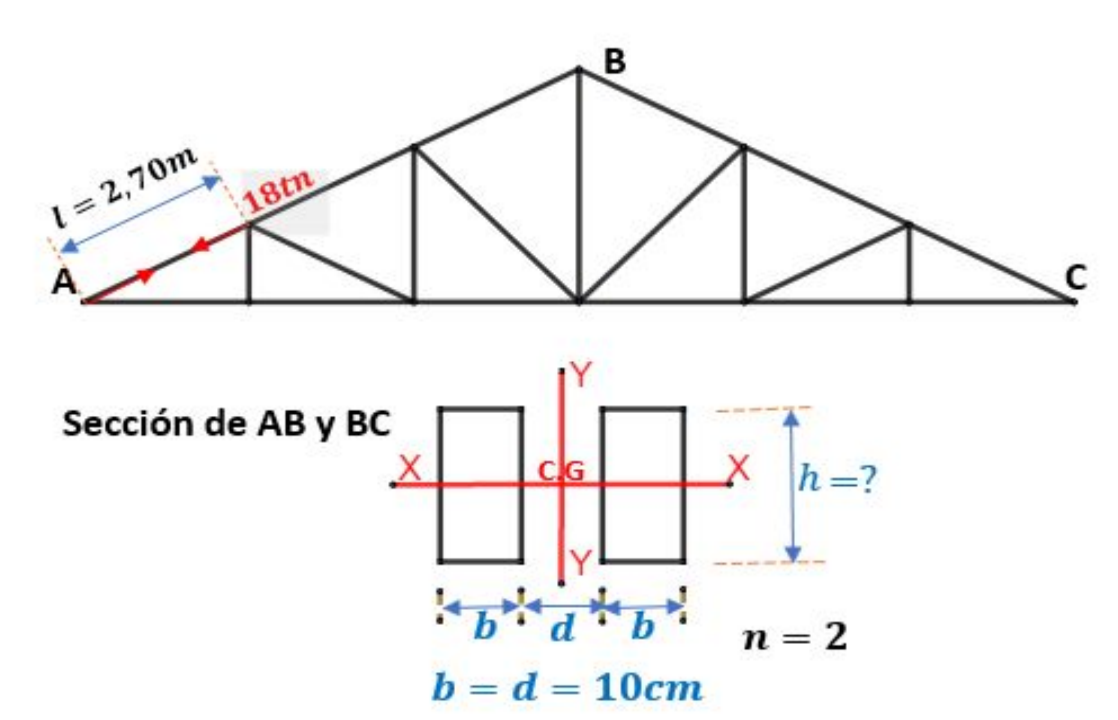
- Si $I_{1-1} > I'_{1-1}$ se continúa con el cálculo, pero:
- Si $I_{1-1} < I'_{1-1}$ debemos aumentar o variar las dimensiones de la pieza.

Otra cuestión a tener en cuenta es:



Si la distancia $\boldsymbol{d} > \boldsymbol{2b}$, no debe tomarse en consideración, la norma lo prohíbe.

EJERCICIO



El cordón superior de un sistema articulado de madera tiene una longitud de 2,70 m y tiene que resistir un esfuerzo de 18 tn. Cuáles serán sus dimensiones suponiéndola compuestas de dos barras y con una tensión de trabajo de

$\overline{\boldsymbol{\sigma}}_{c/\!/} = \mathbf{85}\, \boldsymbol{kg/cm^2}$.

Los demás datos se indican en el gráfico.

1. Adopción de la dimensión $\boldsymbol{h}$

Adoptamos el valor de $\boldsymbol{h}$ basado en la relación establecida por la norma de que:

$$h = b$$

$$h = 1{,}5 * b$$

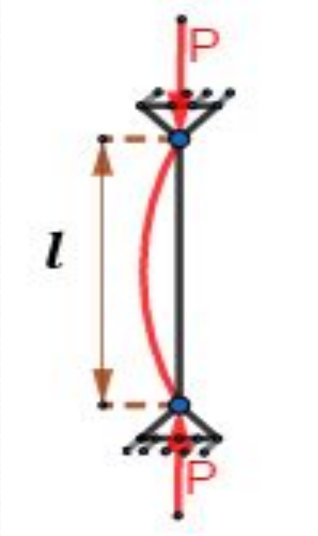
O hasta: $h = 2 * b \cdots\cdots (\mathbf{4})$

Como $\boldsymbol{b = 10\ cm}$, adoptamos $\boldsymbol{h} = 1{,}8 * b = \mathbf{18}\ \boldsymbol{cm}$

2. Cálculo de Área de la Sección

$$A_{nec} = \frac{P}{\bar{\sigma}_{c/\!/} - 2 * \frac{l_p}{a}}$$

En esta fórmula tomamos $\boldsymbol{a = h = 18\ cm}$ porque $\boldsymbol{h < 2b + d}$ y $\boldsymbol{l_p = l = 270\ cm}$, es decir, como si la barra estuviera articulada en los extremos.

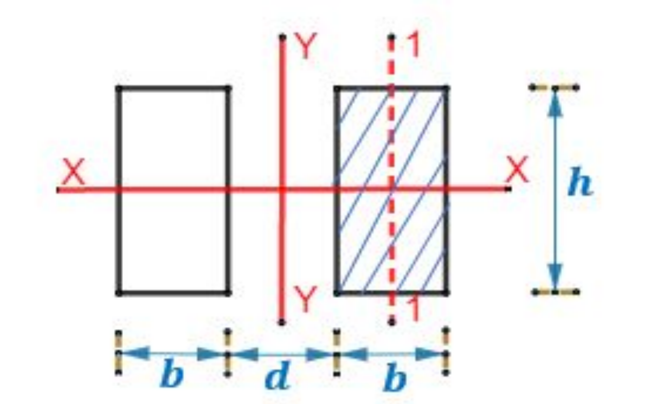


$$A_{nec} = \frac{18.000}{85 - 2 * \frac{270}{18}} \rightarrow \boldsymbol{A_{nec} = 327\ cm^2} \cdots\cdots \mathbf{(1)}$$

$$A_1 = 2 * b * h = 2 * 10 * 18 \rightarrow \boldsymbol{A_1 = 360\ cm^2} \cdots\cdots \mathbf{(2)}$$

De $\mathbf{(1)}$ y $\mathbf{(2)}$ concluimos que $\boldsymbol{A_1 > A_{nec}}$, por lo tanto, podemos continuar el cálculo con el valor adoptado de $\boldsymbol{h = 18\ cm}$, caso contrario si $\boldsymbol{A_1 < A_{nec}}$ tendríamos que aumentar $\boldsymbol{h}$, considerando que el valor de $\boldsymbol{b}$ está prefijado, es un dato.

3. Comparación de $\boldsymbol{I_{1-1}}$ y $\boldsymbol{I'_{1-1}}$



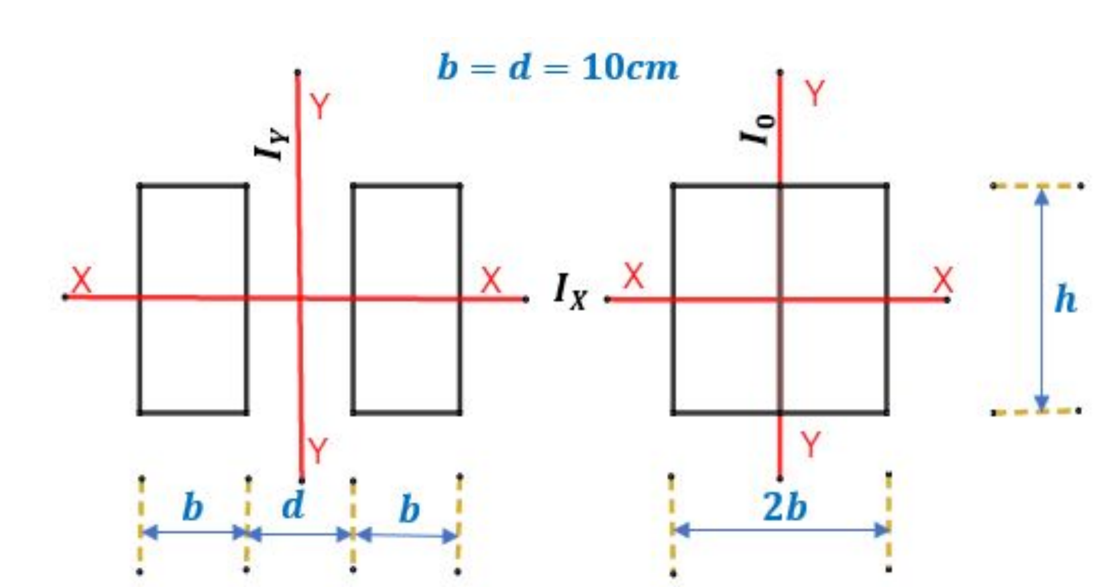
$$I_{1-1} = \frac{h * b^3}{12} = \frac{18 * 10^3}{12} \rightarrow \boldsymbol{I_{1-1} = 1.500\ cm^4}$$

$$I'_{1-1} = \frac{10 * P * l_p^2}{n} = \frac{10 * 18 * 2{,}7^2}{2} \rightarrow \boldsymbol{I'_{1-1} = 656\ cm^4}$$

$$\boldsymbol{I_{1-1} > I'_{1-1}\ (1.500\ cm^4 > 656\ cm^4)}$$

$$\boldsymbol{(si\ I_{1-1} < I'_{1-1}\ se\ tendría\ que\ variar\ la\ sección)}$$

4. Cálculo de Inercia Mínima



Primero calculamos $\mathbf{I_X}$:

$$\mathrm{I_X} = \frac{(2*b+d)h^3}{12} - \frac{d*h^3}{12} = \frac{2*b*h^3}{12}$$

$$\mathrm{I_X} = \frac{30*18^3}{12} - \frac{10*18^3}{12} = \frac{20*18^3}{12}$$

$$\boldsymbol{I_X = 9.720\ cm^4 \cdots\cdots (3)}$$

$$\boldsymbol{I_\omega = I_0 + \frac{I_Y - I_0}{4} \cdots\cdots (\alpha_1)}$$

$$I_0 = \frac{h(2*b)^3}{12} = \frac{18*20^3}{12}$$

$$\boldsymbol{I_0 = 12.000\ cm^4 \cdots\cdots (\alpha_2)}$$

$$I_Y = \frac{h(2*b+d)^3}{12} - \frac{h*d^3}{12} = \frac{18*30^3}{12} - \frac{18*10^3}{12}$$

$$\boldsymbol{I_Y = 39.000\ cm^4} \cdots\cdots (\boldsymbol{\alpha_3})$$

$(\boldsymbol{\alpha_2})$ y $(\boldsymbol{\alpha_3})$ en $(\boldsymbol{\alpha_1})$:

$$I_\omega = 12.000 + \frac{39.000 - 12.000}{4} \rightarrow \boldsymbol{I_\omega = 18.750\ cm^4} \cdots\cdots (\boldsymbol{4})$$

De $(\boldsymbol{3})$ y $(\boldsymbol{4})$ concluimos que: $\boldsymbol{I_\omega > I_X}$, por lo tanto, debemos tomar como Inercia Mínima $\mathbf{I_X}$ con la cual debemos hacer la verificación, y no con $\boldsymbol{I_\omega}$, de acuerdo a la norma.

5. Verificación

$$i_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{A}} = \sqrt{\frac{I_X}{A_1}} = \sqrt{\frac{9.720}{360}} \rightarrow \boldsymbol{i_{min} = 5,2\ cm}$$

$$\lambda = \frac{l_p}{i_{min}} = \frac{270}{5,2} \rightarrow \boldsymbol{\lambda = 51,9}$$

Coeficientes ω_l para pandeo en maderas										
λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1,00	1,00	1,01	1,01	1,02	1,02	1,02	1,03	1,03	1,04
10	1,04	1,04	1,05	1,05	1,06	1,06	1,06	1,07	1,07	1,08
20	1,08	1,09	1,09	1,10	1,11	1,11	1,12	1,13	1,13	1,14
30	1,15	1,16	1,17	1,18	1,19	1,20	1,21	1,22	1,24	1,25
40	1,26	1,27	1,29	1,30	1,32	1,33	1,35	1,36	1,38	1,40
50	1,42	1,44	1,46	1,48	1,50	1,52	1,54	1,56	1,58	1,60
60	1,62	1,64	1,67	1,69	1,72	1,75	1,77	1,80	1,82	1,85
70	1,88	1,91	1,94	1,97	2,00	2,03	2,06	2,10	2,13	2,16
80	2,20	2,23	2,27	2,31	2,35	2,38	2,42	2,46	2,50	2,54
90	2,58	2,62	2,66	2,70	2,74	2,78	2,82	2,87	2,91	2,95
100	3,00	3,06	3,12	3,18	3,24	3,31	3,37	3,44	3,50	3,57
110	3,63	3,70	3,76	3,83	3,90	3,97	4,04	4,11	4,18	4,25
120	4,32	4,39	4,46	4,54	4,61	4,68	4,76	4,84	4,92	4,99
130	5,07	5,15	5,23	5,30	5,39	5,47	5,55	5,63	5,71	5,80
140	5,88	5,96	6,05	6,13	6,22	6,31	6,39	6,48	6,57	6,66
150	6,75	6,84	6,93	7,02	7,11	7,21	7,30	7,39	7,49	7,58
160	7,68	7,78	7,87	7,97	8,07	8,17	8,27	8,37	8,47	8,57
170	8,67	8,77	8,88	8,98	9,08	9,19	9,29	9,40	9,51	9,61
180	9,72	9,83	9,94	10,05	10,16	10,27	10,38	10,49	10,60	10,72
190	10,83	10,94	11,06	11,17	11,29	11,41	11,52	11,64	11,76	11,88
200	12,00	12,12	12,24	12,36	12,48	12,61	12,73	12,85	12,98	13,10
210	13,23	13,36	13,48	13,61	13,74	13,87	14,00	14,13	14,26	14,32
220	14,52	14,65	14,79	14,92	15,05	15,19	15,32	15,46	15,60	15,73
230	15,87	16,01	16,15	16,29	16,43	16,57	16,71	16,85	16,99	17,11
240	17,28	17,42	17,57	17,71	17,86	18,01	18,15	18,30	18,45	18,66
250	18,75									

Para $\boldsymbol{\lambda = 51,9}$ entramos en la tabla para hallar $\boldsymbol{\omega}$

$$\text{Para } \lambda = 51 \implies \omega = 1{,}44$$

$$\text{Para } \lambda = 52 \implies \omega = 1{,}46$$

$$\text{Para } \Delta\lambda = 1 \implies \Delta\omega = 0{,}02$$

$$\text{Para } \lambda = 51{,}9 \implies \omega = ?$$

$$\text{Para } \Delta\lambda = 0{,}9 \implies \Delta\omega = ?$$

$$\Delta\omega = 1{,}8 * 10^{-3}$$

$$\textbf{Para } \boldsymbol{\lambda = 51,9 \implies \omega = 1,44 + \Delta\omega = 1,442}$$

$$\sigma_\omega = \frac{\omega * P}{A} \leq \bar{\sigma}_{c/\!/}$$

$$\sigma_\omega = \frac{1{,}442 * 18.000}{360} = 72{,}1\, kg/cm^2 < \bar{\sigma}_{c/\!/} = 85\, kg/cm^2$$

¡***VERIFICA***!

ESTRUCTURAS DE MADERAS

PRÁCTICA

CARGAS DE VIENTO

La determinación de las cargas ocasionadas por el efecto del viento debe realizarse según la Norma CIRSOC 102 ***"Acción del Viento sobre las Construcciones"*** en Argentina**.**

Nosotros vamos a ver un método alternativo siguiendo las normas **DIN** que nos permite obtener rápidamente cargas de viento estáticamente equivalentes a la presión dinámica ocasionada por el mismo.

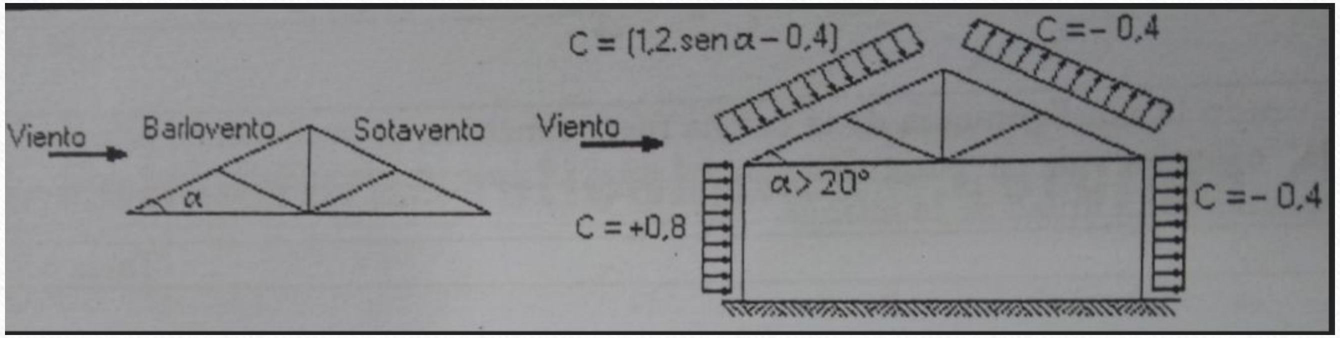
Se admite que el viento actúe según la dirección horizontal, y que para una determinada velocidad $\boldsymbol{v}$ en $\boldsymbol{m/seg}$ produce una presión estática $\boldsymbol{p}$ en $\boldsymbol{kg/m^2}$ sobre una cara vertical, con el siguiente valor:

$$\boxed{\boldsymbol{p}[\boldsymbol{kg/m}^2] = \frac{\boldsymbol{v}^2[\boldsymbol{m/seg}]}{16}}$$

Luego, la carga del viento $\boldsymbol{q}$ es perpendicular a la unidad de superficie inclinada de una estructura sobre la que actúa, puede expresarse como:

$$\boxed{q = C * p}$$

Donde $\boldsymbol{C}$ conocido como **coeficiente eólico**, tiene un valor que depende de la configuración de la construcción y que está consignado en el siguiente gráfico, válido para construcciones cerradas de planta rectangular y cubiertas planas a una o dos aguas que formen un ángulo $\boldsymbol{\alpha}$ con la horizontal.



Se debe tener en cuenta que:

- El signo menos (-) significa succión.
- Cuando el ángulo $\boldsymbol{\alpha}$ sea menor a $\boldsymbol{20^o}$, también habrá succión en la cara a barlovento y el coeficiente $\boldsymbol{C}$ será en ese caso de **(-0,4)**.

Del gráfico tenemos que en la cubierta de techo que está a **barlovento**, la carga de presión $\boldsymbol{q}$ será:

$\boldsymbol{q = p(1,2 * sen\alpha - 0,4)}$ y en la cubierta de techo que está a **sotavento** la succión $\boldsymbol{q}$ será: $\boldsymbol{q = p(-0,4)}$.

En el muro a **barlovento** habrá una presión de:

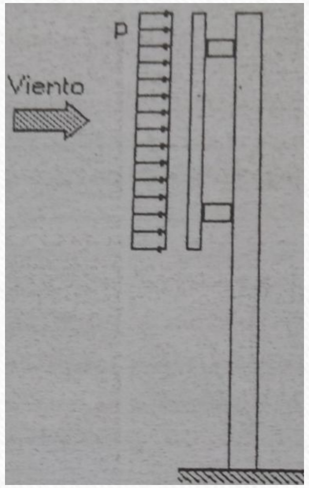
$$\boldsymbol{q = p(1,2 * sen90^o - 0,4) = p(0,8)}$$

Y en el muro a **sotavento**, se tendrá una succión de:

$$\boldsymbol{q = p(-0,4)}$$

EJEMPLO

Determine cuál es la velocidad del viento si la presión $\boldsymbol{p}$ ejercida sobre el cartel que se muestra en el gráfico es de $\boldsymbol{p = 50\, kg/m^2}$.



$$p[kg/m^2] = \frac{v^2[m/seg]}{16}$$

$$v = \sqrt{16 * 50}$$

$$\boxed{\boldsymbol{v = 28,28\, m/seg = 101,81\, km/h}}$$

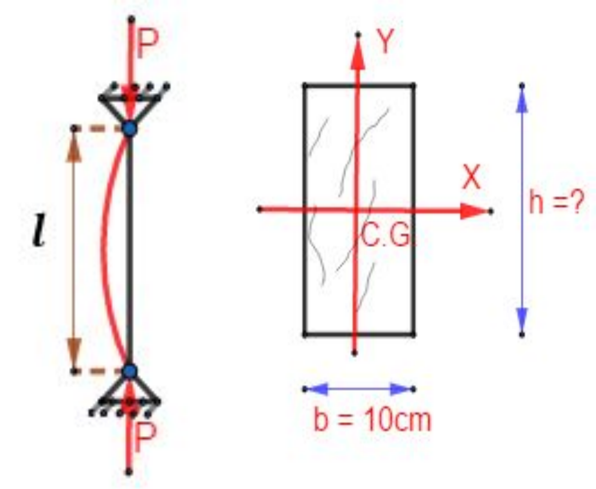
A continuación, insertamos una tabla donde se dan los valores de la velocidad $\boldsymbol{v}$ del viento y la presión estática $\boldsymbol{p}$ en función de las alturas de coronación y situación topográfica del edificio.

Altura de coronación del edificio en [m], cuando la situación topográfica es:		Velocidad de viento v		Presión estática p [kgf/m²]	Situación expuesta es:
Normal	Expuesta	[m/seg]	[km/h]		
De 0 a 10		28	102	50	zona costera, crestas topográficas, valles estrechos, bordes de mesetas.
De 11 a 30		34	125	75*	
De 31 a 100	De 0 a 30	40	144	100	
Mayor de 100	De 31 a 100	45	161	125	
----	Mayor de 100	49	176	150	

* El acero en la construcción da un valor de 80 kgf/m² en ese caso.

EJERCICIOS

I) Se tiene una carga de P = 9.700 kg, teniendo un parante de 2 m de altura biarticulado en los extremos y que deba soportar dicha carga. Calcular la sección de la misma sabiendo que una de las dimensiones es de 10 cm y que $\overline{\sigma}_{c/\!/} = 90\, kg/cm^2$



$$P = 9.729\, kg$$

$$l = 2\, m$$

$$\overline{\sigma}_{c/\!/} = 90\, kg/cm^2$$

1. CÁLCULO DE LA SECCIÓN NECESARIA

$$A_{nec} = \frac{P}{\overline{\sigma}_{c/\!/} - 2 * \frac{l_p}{a}} = \frac{9.700}{90 - 2 * \frac{200}{10}}$$

$$A_{nec} = 194\ cm^2 \cdots\cdots (\mathbf{1})$$

$$A_{nec} = b * h = 10 * h \cdots\cdots (\mathbf{2})$$

De $(\mathbf{1})$ y $(\mathbf{2})$ tenemos que:

$$h = 19{,}4\ cm$$

Adoptamos $\boxed{\boldsymbol{h = 20\ cm}}$

2. VERIFICACIÓN

$$\sigma_\omega = \frac{\omega * P}{A} \leq \overline{\sigma}_{c/\!/} \cdots\cdots (\Delta)$$

$$\lambda = \frac{l_p}{i_{min}} \cdots\cdots (\mathbf{3})$$

$$i_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{A}} = \sqrt{\frac{10 * 20^3}{12 * 10 * 20}} = 0{,}289 * 20 = 2{,}89 \cdots\cdots (\mathbf{4})$$

$(\mathbf{4})$ en $(\mathbf{3})$:

$$\lambda = \frac{200}{2{,}89}$$

$\boldsymbol{\lambda = 69{,}20}$ entrando en la tabla de $\boldsymbol{\omega}$ encontramos:

Coeficientes ω_i para pandeo en maderas

λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1,00	1,00	1,01	1,01	1,02	1,02	1,02	1,03	1,03	1,04
10	1,04	1,04	1,05	1,05	1,06	1,06	1,06	1,07	1,07	1,08
20	1,08	1,09	1,09	1,10	1,11	1,11	1,12	1,13	1,13	1,14
30	1,15	1,16	1,17	1,18	1,19	1,20	1,21	1,22	1,24	1,25
40	1,26	1,27	1,29	1,30	1,32	1,33	1,35	1,36	1,38	1,40
50	1,42	1,44	1,46	1,48	1,50	1,52	1,54	1,56	1,58	1,60
60	1,62	1,64	1,67	1,69	1,72	1,75	1,77	1,80	1,82	1,85
70	1,88	1,91	1,94	1,97	2,00	2,03	2,06	2,10	2,13	2,16
80	2,20	2,23	2,27	2,31	2,35	2,38	2,42	2,46	2,50	2,54
90	2,58	2,62	2,66	2,70	2,74	2,78	2,82	2,87	2,91	2,95
100	3,00	3,06	3,12	3,18	3,24	3,31	3,37	3,44	3,50	3,57
110	3,63	3,70	3,76	3,83	3,90	3,97	4,04	4,11	4,18	4,25
120	4,32	4,39	4,46	4,54	4,61	4,68	4,76	4,84	4,92	4,99
130	5,07	5,15	5,23	5,30	5,39	5,47	5,55	5,63	5,71	5,80
140	5,88	5,96	6,05	6,13	6,22	6,31	6,39	6,48	6,57	6,66
150	6,75	6,84	6,93	7,02	7,11	7,21	7,30	7,39	7,49	7,58
160	7,68	7,78	7,87	7,97	8,07	8,17	8,27	8,37	8,47	8,57
170	8,67	8,77	8,88	8,98	9,08	9,19	9,29	9,40	9,51	9,61
180	9,72	9,83	9,94	10,05	10,16	10,27	10,38	10,49	10,60	10,72
190	10,83	10,94	11,06	11,17	11,29	11,41	11,52	11,64	11,76	11,88
200	12,00	12,12	12,24	12,36	12,48	12,61	12,73	12,85	12,98	13,10
210	13,23	13,36	13,48	13,61	13,74	13,87	14,00	14,13	14,26	14,32
220	14,52	14,65	14,79	14,92	15,05	15,19	15,32	15,46	15,60	15,73
230	15,87	16,01	16,15	16,29	16,43	16,57	16,71	16,85	16,99	17,11
240	17,28	17,42	17,57	17,71	17,86	18,01	18,15	18,30	18,45	18,66
250	18,75									

$\omega = 1{,}85$ llevamos en (Δ)

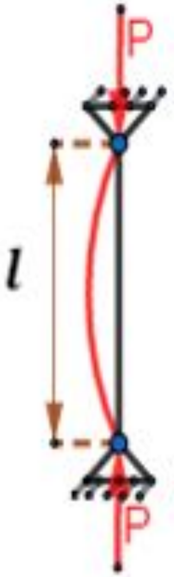
$$\boldsymbol{\sigma_{\omega}} = \frac{1{,}85 * 9.700}{200} = \boldsymbol{89{,}73\, kg/cm^2 < \bar{\sigma}_{c/\!/} = 90\, kg/cm^2}$$

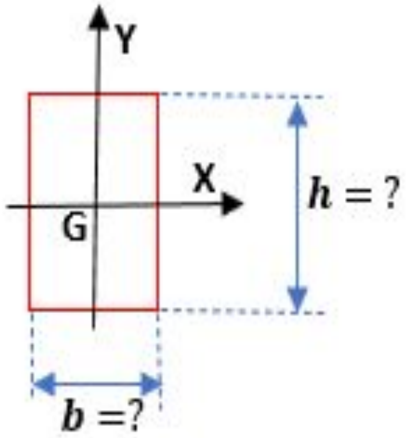
¡VERIFICA!

Por lo tanto, la sección adoptada es: **10 cm x 20 cm = 4” x 8”**

EJERCICIOS

II) Determinar la sección de una pieza de lapacho, articulada en sus extremos, de 5 m de largo y bajo una carga de compresión de 5 tn.





$$\bar{\sigma}_{c/\!/} = 90\, kg/cm^2$$

$$l = 5m$$

$$P = 5tn = 5.000kg$$

$$E = 158.000\, kg/cm^2$$

$$\gamma = 7\ (coeficiente\ de\ seguridad\ en\ madera)$$

1. PREDIMENSIONAMIENTO

Aplicando la fórmula empírica de área necesaria y observando que a **b** se le puede dar solamente un valor arbitrario mayor que de 5” = 12,5 cm, caso contrario nos da valores negativos.

$$A_{nec} = \frac{P}{\overline{\sigma}_{c/\!/} - 2 * \frac{l_p}{a}} = \frac{5.000}{90 - 2 * \frac{500}{12,5}}$$

$$A_{nec} = 500\ cm^2 \cdots\cdots (\mathbf{1})$$

$$A_{nec} = 12,5 * h \cdots\cdots (\mathbf{2})$$

De $(\mathbf{1})$ y $(\mathbf{2})$ concluimos que:

$$\boldsymbol{h = 40\ cm}$$

Analizando los valores de ***b*** y ***h*** vemos que son valores absurdos, entonces recurrimos a la fórmula de Euler:

$$l_p^2 = \frac{\pi^2 * E * I_{min}}{\gamma * P_c}$$

$$I_{min} = \frac{l_p^2 * \gamma * P_c}{\pi^2 * E} \cdots\cdots \mathbf{(3)}$$

Adoptamos una sección cuadrada es decir haciendo $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{h}$ entonces:

$$I_{min} = \frac{a^4}{12} \cdots\cdots \mathbf{(4)}$$

$\mathbf{(3)} = \mathbf{(4)}$

$$\frac{b^4}{12} = \frac{l_p^2 * \gamma * P_c}{\pi^2 * E}$$

$$b^4 = 12 * \frac{l_p^2 * \gamma * P_c}{\pi^2 * E} = 12 * \frac{500^2 * 7 * 5000}{\pi^2 * 158.000}$$

$$b = \sqrt[4]{12 * 5.611} \rightarrow \boldsymbol{b = 16\ cm}$$

2. VERIFICACIÓN

$$\sigma_\omega = \frac{\omega * P}{A} \leq \overline{\sigma}_{c/\!/} \cdots\cdots (\Delta)$$

$$\lambda = \frac{l_p}{i_{min}} \cdots\cdots (\boldsymbol{\delta_1})$$

$$i_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{A}} = \sqrt{\frac{b^4}{12b^2}} = 0{,}289 * b = 0{,}289 * 16 = 4{,}624$$

$$i_{min} = 4{,}624 \cdots\cdots (\boldsymbol{\delta_2})$$

$(\boldsymbol{\delta_2})$ en $(\boldsymbol{\delta_1})$:

$$\lambda = \frac{500}{4{,}624}$$

$\boldsymbol{\lambda = 108}$ entrando en la tabla tenemos:

Coeficientes ω para pandeo en maderas

λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1,00	1,00	1,01	1,01	1,02	1,02	1,02	1,03	1,03	1,04
10	1,04	1,04	1,05	1,05	1,06	1,06	1,06	1,07	1,07	1,08
20	1,08	1,09	1,09	1,10	1,11	1,11	1,12	1,13	1,13	1,14
30	1,15	1,16	1,17	1,18	1,19	1,20	1,21	1,22	1,24	1,25
40	1,26	1,27	1,29	1,30	1,32	1,33	1,35	1,36	1,38	1,40
50	1,42	1,44	1,46	1,48	1,50	1,52	1,54	1,56	1,58	1,60
60	1,62	1,64	1,67	1,69	1,72	1,75	1,77	1,80	1,82	1,85
70	1,88	1,91	1,94	1,97	2,00	2,03	2,06	2,10	2,13	2,16
80	2,20	2,23	2,27	2,31	2,35	2,38	2,42	2,46	2,50	2,54
90	2,58	2,62	2,66	2,70	2,74	2,78	2,82	2,87	[illegible]	2,95
100	3,00	[illegible]	3,12	3,18	3,24	3,31	3,37	3,44	3,50	3,57
110	[illegible]	3,70	3,76	3,83	3,90	3,97	4,04	4,11	4,18	4,25
120	4,32	4,39	4,46	4,54	4,61	4,68	4,76	4,84	4,92	4,99
130	5,07	5,15	5,23	5,30	5,39	5,47	5,55	5,63	5,71	5,80
140	5,88	5,96	6,05	6,13	6,22	6,31	6,39	6,48	6,57	6,66
150	6,75	6,84	6,93	7,02	7,11	7,21	7,30	7,39	7,49	7,58
160	7,68	7,78	7,87	7,97	8,07	8,17	8,27	8,37	8,47	8,57
170	8,67	8,77	8,88	8,98	9,08	9,19	9,29	9,40	9,51	9,61
180	9,72	9,83	9,94	10,05	10,16	10,27	10,38	10,49	10,60	10,72
190	10,83	10,94	11,06	11,17	11,29	11,41	11,52	11,64	11,76	11,88
200	12,00	12,12	12,24	12,36	12,48	12,61	12,73	12,85	12,98	13,10
210	13,23	13,36	13,48	13,61	13,74	13,87	14,00	14,13	14,26	14,32
220	14,52	14,65	14,79	14,92	15,05	15,19	15,32	15,46	15,60	15,73
230	15,87	16,01	16,15	16,29	16,43	16,57	16,71	16,85	16,99	17,11
240	17,28	17,42	17,57	17,71	17,86	18,01	18,15	18,30	18,45	18,66
250	18,75									

$$\omega = 3{,}5 \cdots\cdots (\Delta_1)$$

(Δ_1) en (Δ):

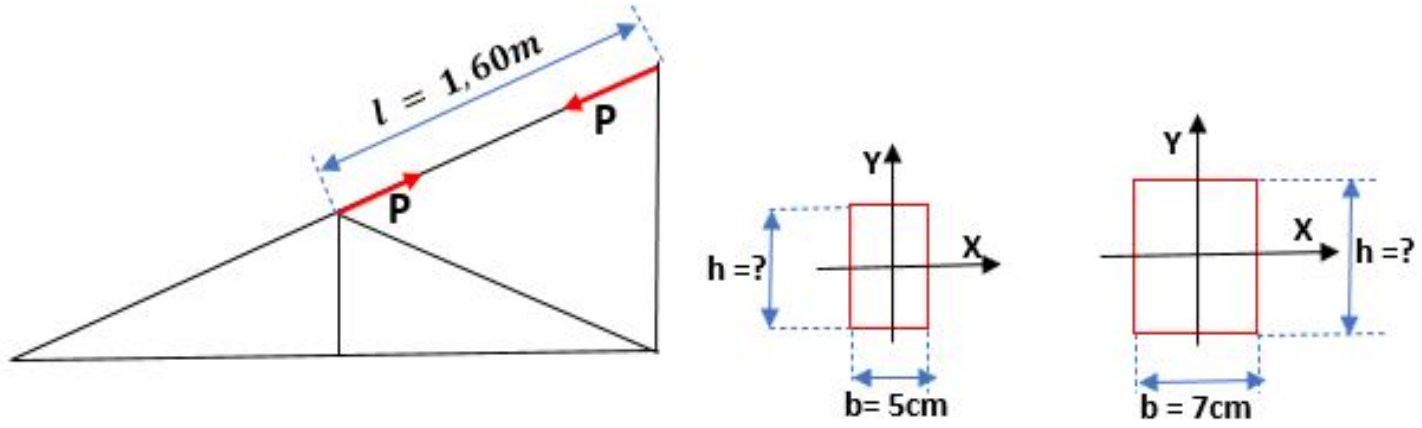
$$\boldsymbol{\sigma_\omega} = 3{,}5 * \frac{5.000}{16^2} = \mathbf{68{,}36}\, \boldsymbol{kg/cm^2} < \boldsymbol{\bar{\sigma}_{c/\!/}} = \mathbf{90}\, \boldsymbol{kg/cm^2}$$

¡VERIFICA!

Por lo tanto, la sección adoptada es: **16 cm x 16 cm = 6,5" x 6,5"**

EJERCICIOS

III) El cordón superior de una estructura mide 1,60 m, formado por una pieza que soporta una carga de compresión P = 2.100 kg. Determinar si una de las dimensiones de la sección puede valer 5 cm o 7 cm. $\overline{\sigma}_{c/\!/} = 95\, kg/cm^2$.



Primero probamos si b = 5 cm puede ser una de las dimensiones:

$$A_{nec} = \frac{P}{\overline{\sigma}_{c\parallel} - 2 * \frac{l_p}{b}} = \frac{2.100}{90 - 2 * \frac{160}{5}}$$

$$A_{nec} = 80{,}77\ cm \cdots\cdots (\mathbf{1})$$

$$A_{nec} = 5 * h \cdots\cdots (\mathbf{2})$$

De $(\mathbf{1})$ y $(\mathbf{2})$ concluimos que:

$$\boldsymbol{h = 16\ cm}$$

VERIFICACIÓN

$$\sigma_\omega = \frac{\omega * P}{A} \leq \bar{\sigma}_{c/\!/}$$

$$\lambda = \frac{l_p}{i_{min}} \cdots\cdots (\boldsymbol{\delta_1})$$

$$i_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{A}} = \sqrt{\frac{16 * 5^3}{12 * 5 * 16}} = 0{,}289 * 5 = 1{,}445$$

$$i_{min} = 1{,}445 \cdots\cdots (\boldsymbol{\delta_2})$$

$(\boldsymbol{\delta_2})$ en $(\boldsymbol{\delta_1})$:

$$\lambda = \frac{160}{1{,}445}$$

$\boldsymbol{\lambda = 111}$ entrando en la tabla tenemos:

Coeficientes ω_i para pandeo en maderas

λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1,00	1,00	1,01	1,01	1,02	1,02	1,02	1,03	1,03	1,04
10	1,04	1,04	1,05	1,05	1,06	1,06	1,06	1,07	1,07	1,08
20	1,08	1,09	1,09	1,10	1,11	1,11	1,12	1,13	1,13	1,14
30	1,15	1,16	1,17	1,18	1,19	1,20	1,21	1,22	1,24	1,25
40	1,26	1,27	1,29	1,30	1,32	1,33	1,35	1,36	1,38	1,40
50	1,42	1,44	1,46	1,48	1,50	1,52	1,54	1,56	1,58	1,60
60	1,62	1,64	1,67	1,69	1,72	1,75	1,77	1,80	1,82	1,85
70	1,88	1,91	1,94	1,97	2,00	2,03	2,06	2,10	2,13	2,16
80	2,20	2,23	2,27	2,31	2,35	2,38	2,42	2,46	2,50	2,54
90	2,58	2,62	2,66	2,70	2,74	2,78	2,82	2,87	[illegible]	2,95
100	3,00	[illegible]	3,12	3,18	3,24	3,31	3,37	3,44	3,50	3,57
110	[illegible]	3,70	3,76	3,83	3,90	3,97	4,04	4,11	4,18	4,25
120	4,32	4,39	4,46	4,54	4,61	4,68	4,76	4,84	4,92	4,99
130	5,07	5,15	5,23	5,30	5,39	5,47	5,55	5,63	5,71	5,80
140	5,88	5,96	6,05	6,13	6,22	6,31	6,39	6,48	6,57	6,66
150	6,75	6,84	6,93	7,02	7,11	7,21	7,30	7,39	7,49	7,58
160	7,68	7,78	7,87	7,97	8,07	8,17	8,27	8,37	8,47	8,57
170	8,67	8,77	8,88	8,98	9,08	9,19	9,29	9,40	9,51	9,61
180	9,72	9,83	9,94	10,05	10,16	10,27	10,38	10,49	10,60	10,72
190	10,83	10,94	11,06	11,17	11,29	11,41	11,52	11,64	11,76	11,88
200	12,00	12,12	12,24	12,36	12,48	12,61	12,73	12,85	12,98	13,10
210	13,23	13,36	13,48	13,61	13,74	13,87	14,00	14,13	14,26	14,32
220	14,52	14,65	14,79	14,92	15,05	15,19	15,32	15,46	15,60	15,73
230	15,87	16,01	16,15	16,29	16,43	16,57	16,71	16,85	16,99	17,11
240	17,28	17,42	17,57	17,71	17,86	18,01	18,15	18,30	18,45	18,66
250	18,75									

$$\omega = 3,70$$

$$\boldsymbol{\sigma_{\omega}} = \frac{\omega * P}{A} = \frac{3,70 * 2.100}{5 * 16} = \mathbf{97,125\, kg/cm^2} > \boldsymbol{\overline{\sigma}_{c/\!/}} = \mathbf{95\, kg/cm^2}$$

¡NO VERIFICA! ⟹ b = 5 cm no puede ser una de las dimensiones.

Ahora probamos con b = 7 cm:

$$A_{nec} = \frac{P}{\overline{\sigma}_{c/\!/} - 2 * \frac{l_p}{b}} = \frac{2.100}{90 - 2 * \frac{160}{7}}$$

$$A_{nec} = 47{,}42\ cm \cdots\cdots (\mathbf{3})$$

$$A_{nec} = 7 * h \cdots\cdots (\mathbf{4})$$

De $(\mathbf{3})$ y $(\mathbf{4})$ concluimos que:

$$\boldsymbol{h = 7\ cm}$$

VERIFICACIÓN

$$\sigma_\omega = \frac{\omega * P}{A} \leq \overline{\sigma}_{c/\!/}$$

$$\lambda = \frac{l_p}{i_{min}} \cdots\cdots (\boldsymbol{\delta_3})$$

$$i_{min} = 0{,}289 * b = 0{,}289 * 7 = 2{,}023$$

$$i_{min} = 2{,}023 \cdots\cdots (\boldsymbol{\delta_4})$$

$(\boldsymbol{\delta_4})$ en $(\boldsymbol{\delta_3})$:

$$\lambda = \frac{160}{2{,}023}$$

$\boldsymbol{\lambda = 79}$ entrando en la tabla tenemos:

Coeficientes ω_i para pandeo en maderas

λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1,00	1,00	1,01	1,01	1,02	1,02	1,02	1,03	1,03	1,04
10	1,04	1,04	1,05	1,05	1,06	1,06	1,06	1,07	1,07	1,08
20	1,08	1,09	1,09	1,10	1,11	1,11	1,12	1,13	1,13	1,14
30	1,15	1,16	1,17	1,18	1,19	1,20	1,21	1,22	1,24	1,25
40	1,26	1,27	1,29	1,30	1,32	1,33	1,35	1,36	1,38	1,40
50	1,42	1,44	1,46	1,48	1,50	1,52	1,54	1,56	1,58	1,60
60	1,62	1,64	1,67	1,69	1,72	1,75	1,77	1,80	1,82	1,85
70	1,88	1,91	1,94	1,97	2,00	2,03	2,06	2,10	2,13	2,16
80	2,20	2,23	2,27	2,31	2,35	2,38	2,42	2,46	2,50	2,54
90	2,58	2,62	2,66	2,70	2,74	2,78	2,82	2,87	2,91	2,95
100	3,00	[illegible]	3,12	3,18	3,24	3,31	3,37	3,44	3,50	3,57
110	[illegible]	3,70	3,76	3,83	3,90	3,97	4,04	4,11	4,18	4,25
120	4,32	4,39	4,46	4,54	4,61	4,68	4,76	4,84	4,92	4,99
130	5,07	5,15	5,23	5,30	5,39	5,47	5,55	5,63	5,71	5,80
140	5,88	5,96	6,05	6,13	6,22	6,31	6,39	6,48	6,57	6,66
150	6,75	6,84	6,93	7,02	7,11	7,21	7,30	7,39	7,49	7,58
160	7,68	7,78	7,87	7,97	8,07	8,17	8,27	8,37	8,47	8,57
170	8,67	8,77	8,88	8,98	9,08	9,19	9,29	9,40	9,51	9,61
180	9,72	9,83	9,94	10,05	10,16	10,27	10,38	10,49	10,60	10,72
190	10,83	10,94	11,06	11,17	11,29	11,41	11,52	11,64	11,76	11,88
200	12,00	12,12	12,24	12,36	12,48	12,61	12,73	12,85	12,98	13,10
210	13,23	13,36	13,48	13,61	13,74	13,87	14,00	14,13	14,26	14,32
220	14,52	14,65	14,79	14,92	15,05	15,19	15,32	15,46	15,60	15,73
230	15,87	16,01	16,15	16,29	16,43	16,57	16,71	16,85	16,99	17,11
240	17,28	17,42	17,57	17,71	17,86	18,01	18,15	18,30	18,45	18,66
250	18,75									

$$\omega = 2{,}16$$

$$\boldsymbol{\sigma_\omega} = \frac{\omega * P}{A} = \frac{2{,}16 * 2.100}{49} = \mathbf{92{,}57}\, \boldsymbol{kg/cm^2} < \boldsymbol{\bar{\sigma}_{c\parallel}} = \mathbf{95}\, \boldsymbol{kg/cm^2}$$

¡VERIFICA!

Por lo tanto, con b = 7 cm se puede tener una sección cuadrada de **7 cm x 7 cm**.
En la práctica podemos tomar una sección de **3” x 3”**.